

量子熱機関の再定式化と、 その性能の漸近評価

理研 CEMS 中村研
田島裕康

自己紹介

出身：名古屋

趣味：料理、ポーカー、TRPG

研究テーマ：情報理論と熱力学の構造的類似性

- 微小熱機関の情報理論を用いた解析
- 熱力学第二法則の情報理論的導出 など！

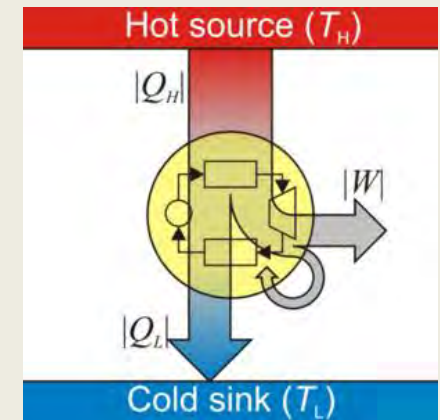
熱力学

熱力学:

熱機関の普遍的な性能限界を与える理論体系

熱機関: エンジン・発電機・エアコンetc...

=現代文明の基礎をなすアイテム



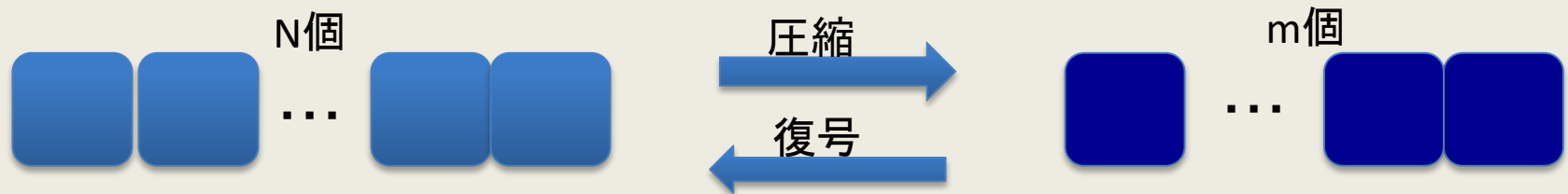
熱機関の抽象的理解:

熱源から熱エネルギーを受け取り、それを力学的エネルギー(おもりの上げ下げなど)に変換するもの

(量子)情報理論

情報理論: 情報処理デバイスの普遍的な性能限界を与える理論体系

例1: データの圧縮・復号の変換比率:



例2: 量子通信における、状態のゆがみからの盗聴者の情報取得量の見積もり

この(量子)情報理論のテクニックを用いて、熱機関の解析を行っている

しかし、そもそもなぜそんなことをやるのか？

なぜ情報理論？

理由1: 新しい視点で見ることで、今まで意識されてこなかった問題が見えるから



量子熱機関の再定式化

理由2: 新しい道具を使うことで、いままで出来なかったことができるから



熱機関の最適性能の漸近評価

概要：量子熱機関の再定式化

arXiv:1504.06150 (2015)

これまで、量子熱機関の定式化として、「Semi-classical model」が広く使われていた

$$\rho_I \xrightarrow{U} U \rho_I U^\dagger \quad U := T_{\rightarrow} \exp\left[-i \int H_I(\lambda(t)) dt\right]$$

I は熱浴と熱機関本体

「仕事の測定可能性」を調べることで、この定式化に存在する問題点を見つけ出した

量子通信理論に基づく
疑問が出発点

「仕事の取り出し」を測定過程として再定式化することで、この問題を解決した

概要：最適性能の漸近評価

arXiv:1405.6457 (2014)

熱力学における熱機関の性能評価は、「最適性」が保証されている

準静過程で達成可能！

一方で、統計力学的に最適性能を求めることは難しい



超多次元の最適化問題を解く必要がある

情報理論で最近発展してきた計算手法を用いると、この最適化問題を(漸近的に)解くことができる

量子熱機関の再定式化

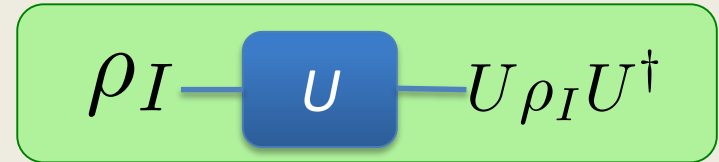
arXiv:1504.06150 (2015)

Collaborator: Prof. Masahito Hayashi @ Nagoya University.

量子系からの仕事の取り出しに関する 2つのシナリオ

Semi-Classical scenario

I は熱浴と熱機関本体



$$U := T_{\rightarrow} \exp\left[-i \int H_I(\lambda(t)) dt\right]$$

$$\langle W \rangle := \text{tr}[\rho_I H_I(\lambda(0)) - U \rho_I U^\dagger H_I(\lambda(t))]$$

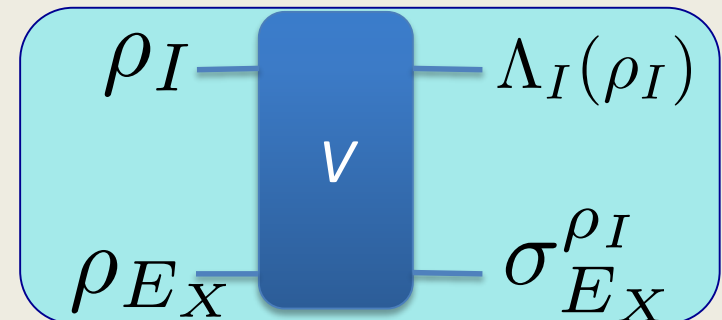
J. Kurchan, arXiv:cond-mat/0007360(2000).

H. Tasaki, arXiv:cond-mat/0009244 (2000).

T. Sagawa and M. Ueda, Phys. Rev. Lett, **100** 080403 (2008).

Full-Quantum(FQ) scenario

E_X はwork storageその他



$$[V, H_I + H_{E_X}] = 0$$

$$\langle W \rangle := \text{tr}[\Lambda_{E_X}(\rho_{E_X}) H_{E_X} - \rho_{E_X} H_{E_X}]$$

F. G. S. L. Brandao, *et. al.*, arXiv:1305.5278, (2013).

P. Skrzypczyk, A. J. Short and P. Sandu, *et. al* Nat. Comm. **5**, 4185, (2014)

M. Horodecki and J. Oppenheim, Nat. Commun. **4**, 2059 (2013).

極限における一致？

通常行われる説明

$$\rho_I \text{---} U \text{---} U\rho_I U^\dagger$$

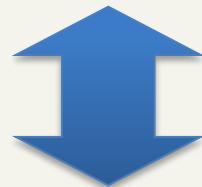
Semi-classical scenario



$$\rho_I \text{---} V \text{---} \Lambda_I(\rho_I)$$

$$\rho_{E_X} \text{---} V \text{---} \sigma_{E_X}^{\rho_I}$$

Fully quantum scenario



・全系 E_X のエネルギーが保存される

・ $\Lambda_I(\rho_I) \approx U\rho_I U^\dagger$ for any ρ_I

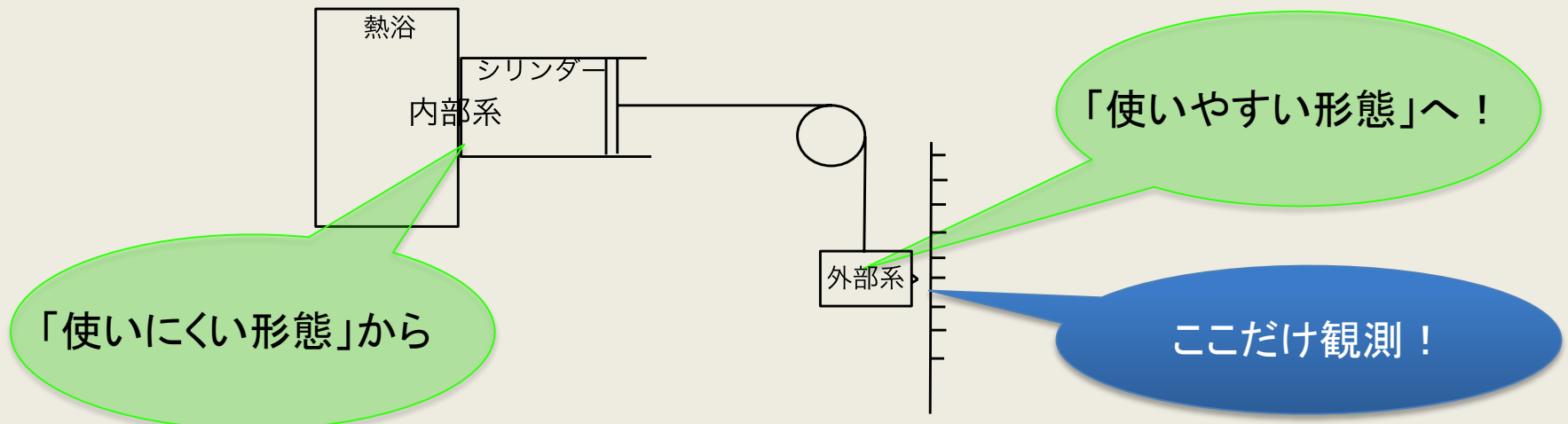
となる ρ_{E_X} と V が存在する

このように一見、二つのシナリオは整合するように見える

しかしこの説明は、「取り出したエネルギーの量を、外部系だけを見て識別できるか？」という点を考慮していない

仕事の「測定可能性」

仕事の取り出しとは、ある内部系から、別の外部系へのエネルギーの移動である



「使いやすい形態」であるための最低限の要請として、以下を課す：



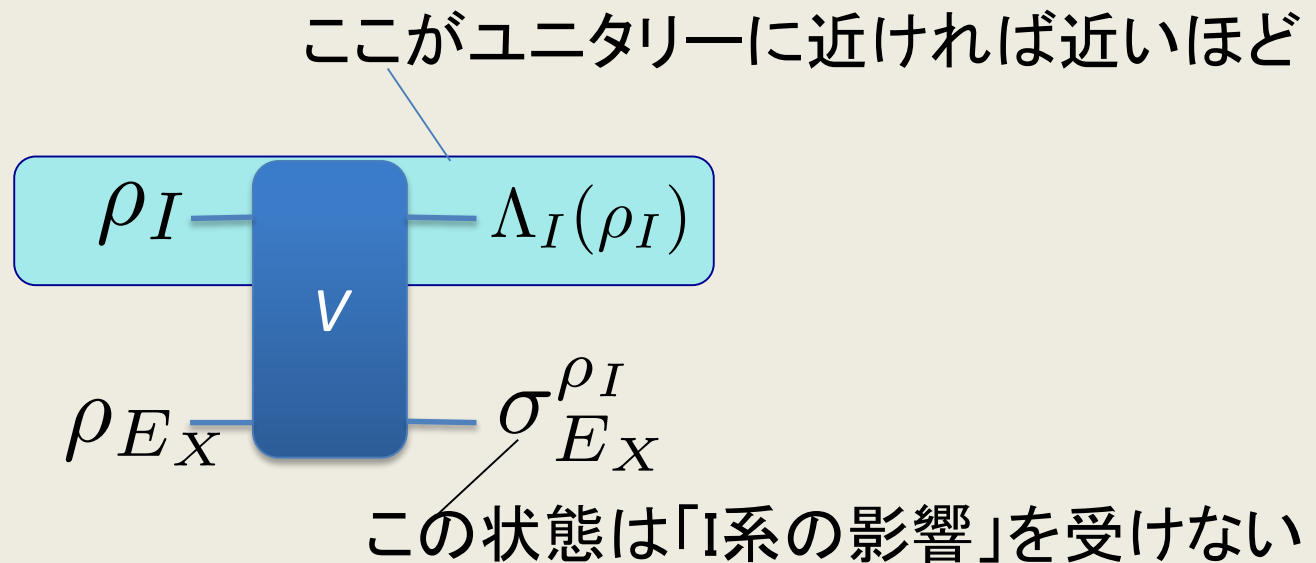
外部系だけを観測して、取り出したエネルギーの量を知ることができる

Semi-classical modelはこの要請を満たせるのだろうか？

量子通信からの疑問

量子通信の分野で広く知られている事実:

“ユニタリー(に近い)ダイナミクスで時間発展している系からは、情報が取得できない”



実は、この性質のために、Semi-classical modelは「仕事の測定可能性」を満たさない

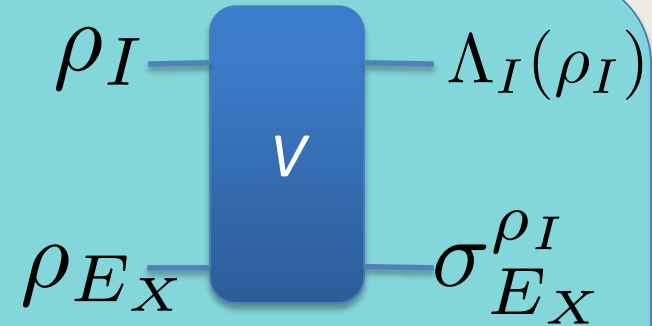
Trade-off relation

ある組 $\{V, \rho_{E_X}\}$ が

$$b(\Lambda_I(\rho_I), U \rho_I U^\dagger) < \epsilon \quad \text{for any } \rho_I,$$

を満たすとき、以下が成立する

$$b(\sigma_{E_X}^{\rho_I}, \sigma_{E_X}^{\rho'_I}) < 4\sqrt{\epsilon} \quad \text{for any } \rho_I \text{ and } \rho'_I.$$



- ◆ $b(\rho, \rho') := \sqrt{1 - F(\rho, \rho')}$ は、 ρ と ρ' に任意の POVM 測定を行った際の識別限界
- ◆ $\Lambda_I \approx U$ なるとき、外部系 E_X の測定結果には、内部系 I の初期状態の影響はほとんど表れない。
- ◆ 外部系の取得エネルギーは、内部系の初期状態によって、最大から最小まで変化するが、これを外部系の測定から知る方法がない

具体例

$$\rho_I \text{---} U \text{---} U \rho_I U^\dagger$$



$$\begin{array}{ccc} \rho_I & \text{---} & \Lambda_I(\rho_I) \\ & \text{---} & \\ \rho_{E_X} & \text{---} & \sigma_{E_X}^{\rho_I} \end{array}$$

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

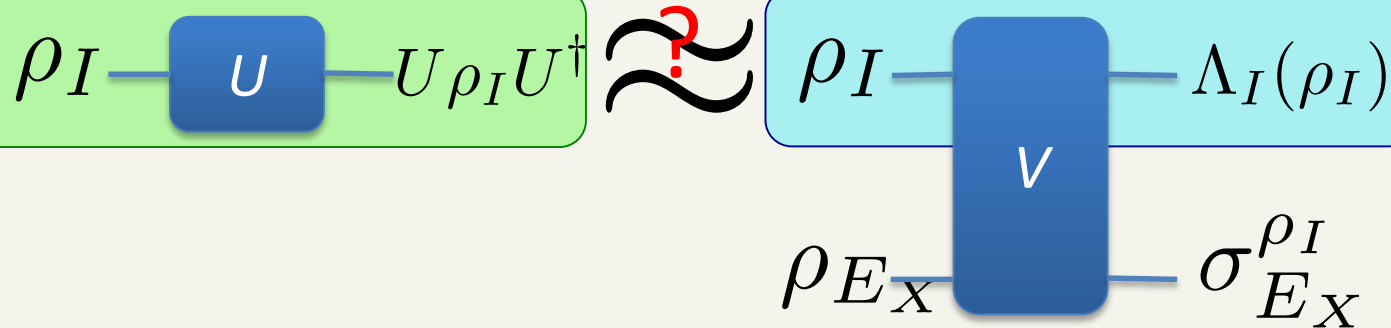
$$H_I = |1\rangle_I \langle 1|_I - |0\rangle_I \langle 0|_I \quad H_{E_X} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} l |l\rangle_{E_X} \langle l|_{E_X}$$

$$V = \sum_{l=-\infty}^{\infty} |l+1\rangle_{E_X} |0\rangle_I \langle l|_{E_X} \langle 1|_I + \sum_{l=-\infty}^{\infty} |l-1\rangle_{E_X} |1\rangle_I \langle l|_{E_X} \langle 0|_I$$

ρ_{E_X} を以下の様に与えると、近似条件 $\Lambda_I \approx U$ は達成されるが、一方で $\sigma_{E_X}^{\rho_I}$ はほとんど変化しない
=仕事量の推定が出来なくなる;

$$\rho_{E_X} = |\psi\rangle_{E_X} \langle \psi|_{E_X} \quad |\psi\rangle_{E_X} = \frac{1}{\sqrt{10^M}} \sum_{l=0}^{10^M-1} |l\rangle_{E_X}$$

具体例



$$U = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H_I = |1\rangle_I \langle 1|_I - |0\rangle_I \langle 0|_I \quad H_{E_X} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} l |l\rangle_{E_X} \langle l|_{E_X}$$

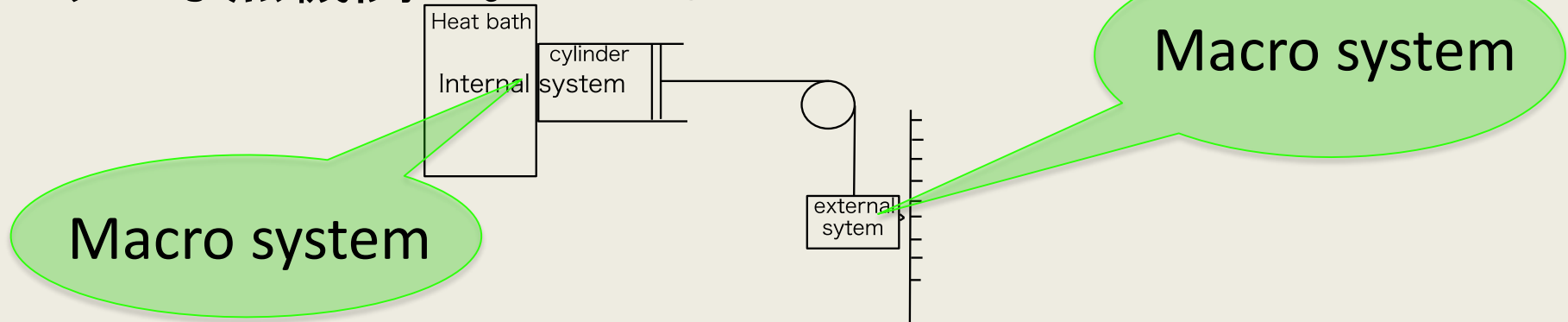
$$V = \sum_{l=-\infty}^{\infty} |l+1\rangle_{E_X} |0\rangle_I \langle l|_{E_X} \langle 1|_I + \sum_{l=-\infty}^{\infty} |l-1\rangle_{E_X} |1\rangle_I \langle l|_{E_X} \langle 0|_I$$

外部系の初期状態 ρ_{E_X} を以下のように取ったときは、終状態 $\sigma_{E_X}^{\rho_I}$ は ρ_I に応じて変化するが、近似 $\Lambda_I \approx U$ が成立しない

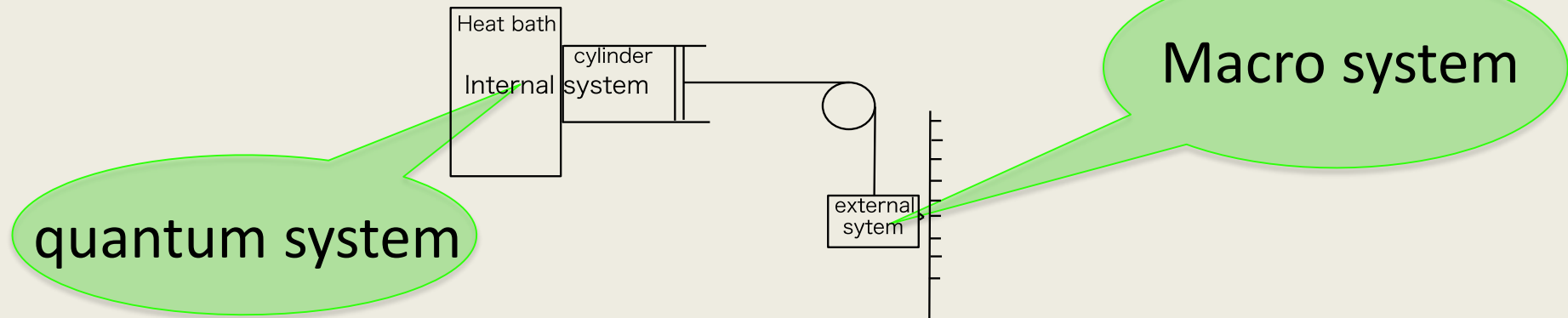
$$\rho_{E_X} = |l\rangle_{E_X} \langle l|_{E_X} \quad \Lambda_I\left(\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \frac{\langle 0| + \langle 1|}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{2}|1\rangle\langle 1|$$

解決策：“仕事”の再定義

マクロな熱機関においては...



量子熱機関においては...



量子系からの仕事の取り出し

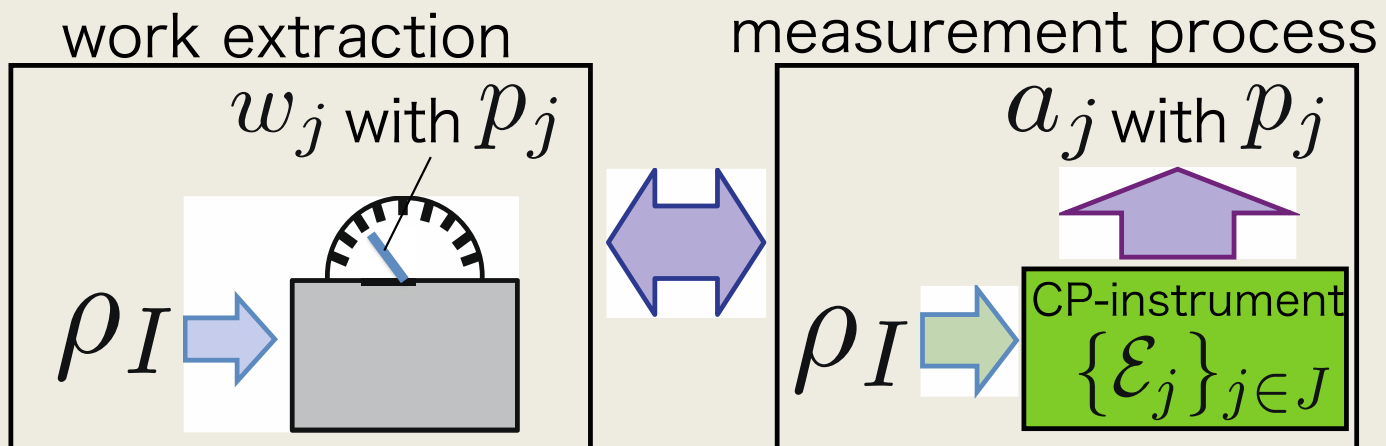
=量子系によって引き起こされる、マクロ系の識別可能な変化 =測定過程!

熱機関の測定装置としての定式化

量子熱機関を測定装置として定式化しよう。

この装置は、内部系の状態に応じて、「仕事の数値」 w_j を、確率 p_j で出力する。ここで j は連続変数でもよい。

こうした測定過程は、一般にCP-instrumentと呼ばれる枠組みで表現される。我々もこれを採用する。



CP-work extraction

$$\rho_I \xrightarrow{\{\mathcal{E}_j, w_j\}} \frac{\mathcal{E}_j(\rho_I)}{p_j} \quad \text{with} \quad p_j := \text{tr}[\mathcal{E}_j(\rho_I)]$$

\mathcal{E}_j は completely positive (CP) map で、 w_j は測定結果 j の関数 (出力値) $\sum_j p_j w_j = \text{tr}[\rho_I H_I - \sum_j \mathcal{E}_j(\rho_I) H_I]$ を満たす。

この定式化は、FQ-scenario と整合的; FQ-scenario は、CP-work extraction の間接測定モデルとして理解できる

CP-work extraction !

$$\begin{array}{c} \rho_I \xrightarrow{\Lambda_I(\rho_I)} \frac{\mathcal{E}_j(\rho_I)}{p_j} \\ \rho_{E_X} \xrightarrow{\sigma_{E_X}^{\rho_I}} \{P_{E_X}^{(j)}\} \xrightarrow{\frac{\text{tr}_{E_X} [P_{E_X}^{(j)} V(\rho_I \otimes \rho_{E_X}) V^\dagger P_{E_X}^{(j)}]}{p_j}} \end{array}$$

最適性能の漸近評価

arXiv:1405.6457 (2014)

Collaborator: Prof. Masahito Hayashi @ Nagoya University.

概要：最適性能の漸近評価

熱力学における熱機関の性能評価は、「最適性」が保証されている

準静過程で達成可能！

一方で、統計力学的に最適性能を求めることは難しい



超多次元の最適化問題を解く必要がある

情報理論で最近発展してきた計算手法を用いると、この最適化問題を(漸近的に)解くことができる

情報理論からのアプローチ

基本アイデア：データの圧縮・解凍 \longleftrightarrow 仕事を取り出し

シャノン理論：

無限長データの圧縮・解凍



粒子数無限 =
熱力学極限に対応！

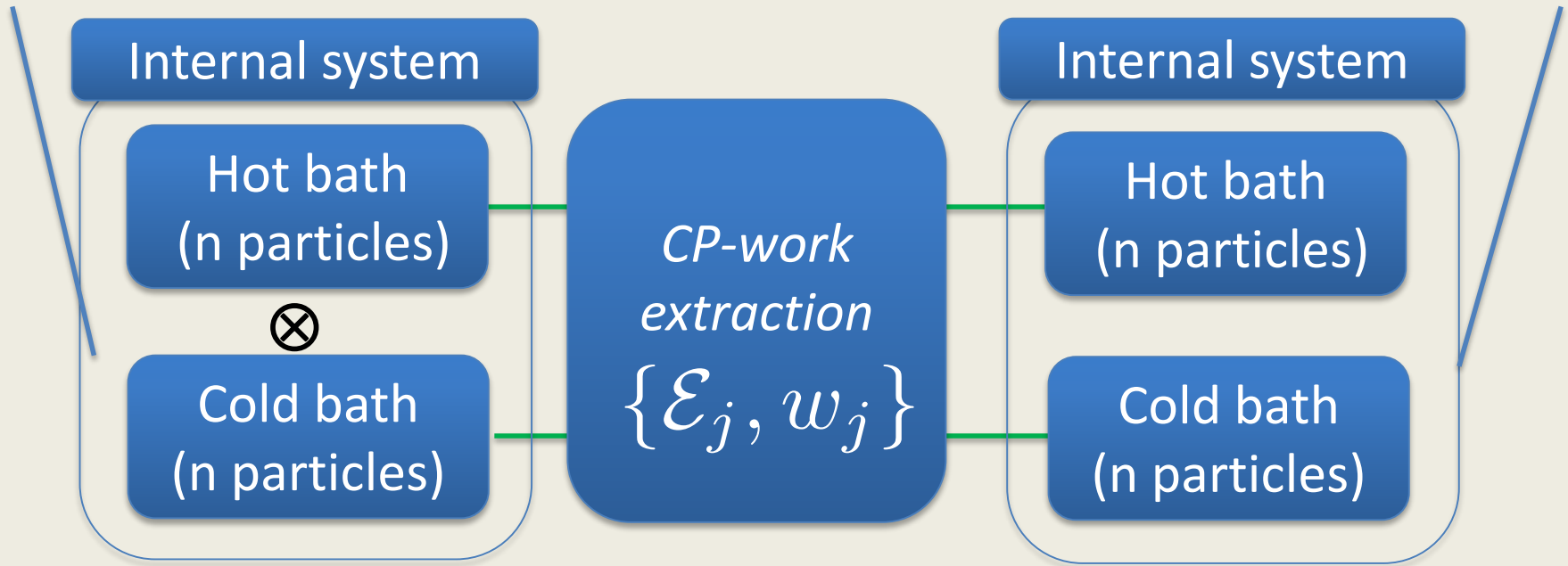
高次漸近論：

有限長データの圧縮・解凍



粒子数有限 =
微小系に対応！

有限粒子熱機関

 $\rho_{\beta_H \beta_L}$ 

$$W(\{\mathcal{E}_j\}) := \sum_j \mathcal{E}_j(\rho_{\beta_H \beta_L}) w_j = \text{tr}[(\rho_{\beta_H \beta_L} - \rho_{\text{fin}}^{HL})(H_H + H_L)]$$

$$Q_H(\{\mathcal{E}_j\}) := \text{tr}[(\rho_{\beta_H \beta_L} - \rho_{\text{fin}}^{HL})H_H]$$

仮定1:それぞれの熱浴の始状態はGibbs state

$$\rho_{\beta_H \beta_L} := \rho_{\beta_H | H_H} \otimes \rho_{\beta_L | H_L}$$

仮定2: $\{\mathcal{E}_j, w_j\}$ は unital 性を満たす: $\sum_j \mathcal{E}_j(\hat{1}) = \hat{1}$

General upper bound

粒子数 n 、吸熱量 Q_n の熱機関効率の上界:

$$\eta(\{\mathcal{E}_j, w_j\}) \leq \eta_T[\beta_H, \beta_L, Q_n] - \frac{D(\rho_{\text{fin}}^{HL} \parallel \rho_{\beta'_H \beta'_L})}{\beta'_L Q_n}$$

熱力学が予言する限界

熱浴終状態の非平衡度

$$\eta_T[\beta_H, \beta_L, Q_n] := \left(1 - \frac{\beta_H}{\beta_L}\right) - \frac{D(\rho_{\beta'_H \beta'_L} \parallel \rho_{\beta_H \beta_L})}{\beta_L Q_n}$$

真の効率は、熱力学的限界に比べて熱浴の非平衡度の分だけ小さくなる

最適効率の漸近展開

最適効率を以下のように定義しよう;

$$\eta_{\text{opt}}[\beta_H, \beta_L, Q_n] := \sup_{\{\mathcal{E}_j, w_j\}: Q(\{\mathcal{E}_j, w_j\}) = Q_n} \eta(\{\mathcal{E}_j, w_j\})$$

熱浴粒子が互いに相互作用しない時、すなわち、

$$\rho_{\beta_H \beta_L} = (\rho_{\beta_H | H_h} \otimes \rho_{\beta_L | H_l})^{\otimes n} \text{ なる時、}$$

最適効率は以下の様に近似できる;

$$\eta_{\text{opt}}[\beta_H, \beta_L, Q_n] = 1 - \frac{\beta_H}{\beta_L} - C_1 \frac{Q_n}{n} - C_2 \frac{Q_n^2}{n^2} + O\left(\frac{Q_n}{n^2}\right)$$

上記の係数は容易に計算することができる;

我々の結果は最適効率について計算可能な近似を与える。

n が大きくても問題はない

$$n = 10^4, 10^8, 10^{12} \dots$$

熱力学との比較

我々が求めた統計力学的な最適効率と、熱力学的な最適効率を比較することができる;

$$\eta_{\text{opt}}[\beta_H, \beta_L, Q_n] = \eta_T[\beta_H, \beta_L, Q_n] + O\left(\frac{Q_n}{n^2}\right)$$

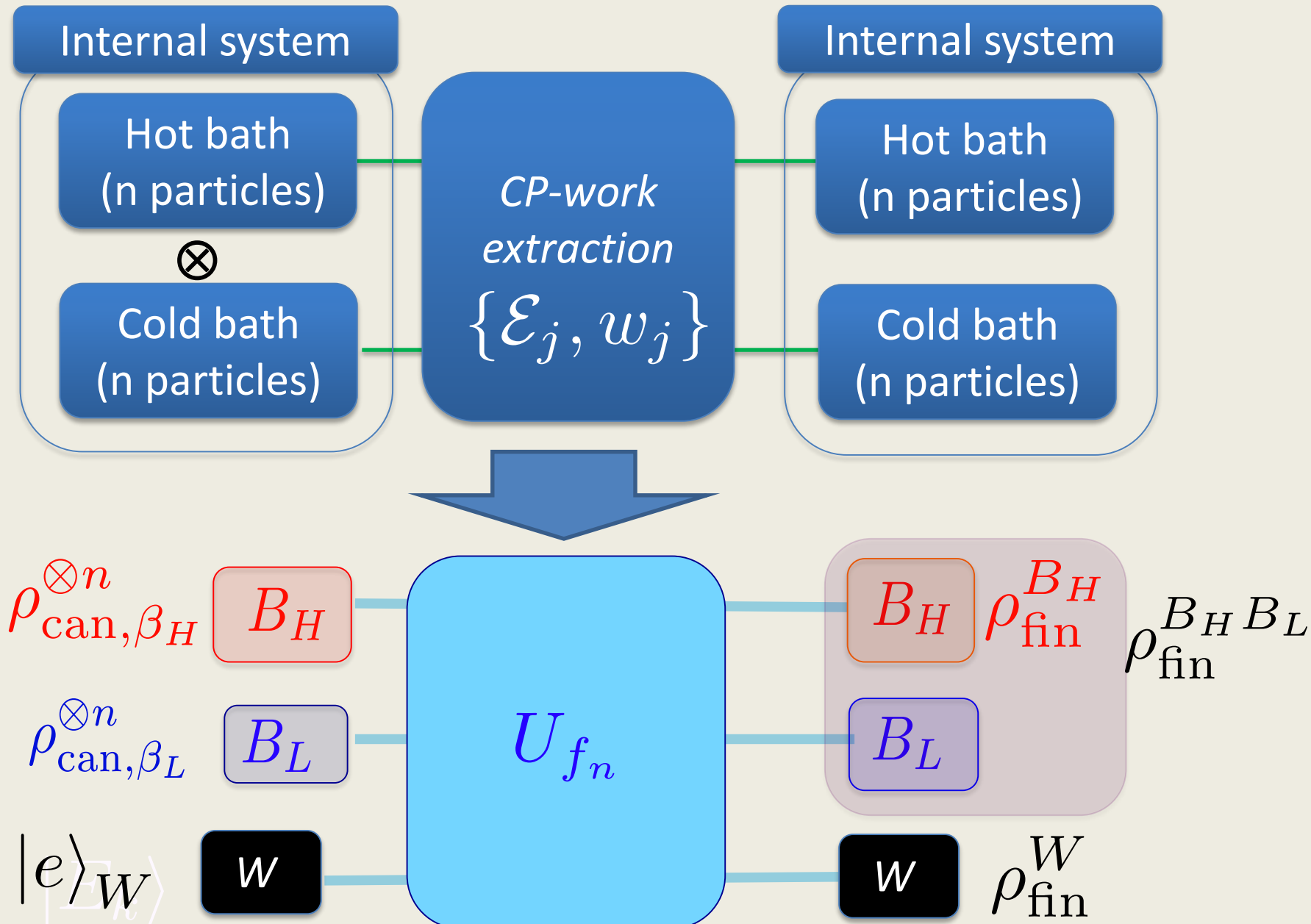
両者はオーダー $O\left(\frac{Q_n}{n^2}\right)$ まで一致する

Catalyst(熱機関本体)がある場合とない場合でも比較することができる;

$$\eta_{\text{opt,noncat}}[\beta_H, \beta_L, Q_n] = \eta_{\text{opt,cat}}[\beta_H, \beta_L, Q_n] + O\left(\frac{Q_n}{n^2}\right)$$

Catalystの効果は高々 $O\left(\frac{Q_n}{n^2}\right)$ のオーダー.

最適操作で移動するエネルギーの質



最適操作で移動するエネルギーの質

最適操作によって各系が得る/失うエネルギーの質を評価する: エネルギー差分とエントロピー差分の比で行う。

$$A_{B_H} = \frac{\Delta E_{B_H}}{\Delta S_{B_H}} = O(1)$$

$$A_{B_L} = \frac{\Delta E_{B_L}}{\Delta S_{B_L}} = O(1)$$

$$A_W = \frac{\Delta E_W}{\Delta S_W} \leq O\left(\frac{\log n}{Q_n}\right)$$

従って、 $Q_n = an^b$ $0 < b < 1$ が成立する時、

$$A_W \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty) \text{ が成立する。}$$

この意味で、Work storageに入るエネルギーは仕事であり、最適操作は“熱”から“仕事”へのエネルギー変換の具体例である。

副産物1:熱浴終状態の非平衡度

熱機関効率 η は、熱力学限界と非平衡度でboundされる;

$$\eta(\{\mathcal{E}_j, w_j\}) \leq \eta_T[\beta_H, \beta_L, Q_n] - \frac{D(\rho_{\text{fin}}^{HL} \parallel \rho_{\beta'_H \beta'_L})}{\beta'_L Q_n}$$

熱力学が予言する限界

熱浴終状態の非平衡度

この不等式を逆に使って、熱浴の終状態をどこまでGibbs状態に近づけられるかを示すことができる;

$$\eta_{\text{opt}}[\beta_H, \beta_L, Q_n] = \eta_T[\beta_H, \beta_L, Q_n] + O\left(\frac{Q_n}{n^2}\right)$$

→
$$\inf_{\{\mathcal{E}_j, w_j\}: Q(\{\mathcal{E}_j, w_j\}) = Q_n} D(\rho_{\text{fin}}^{HL} \parallel \rho_{\beta'_H \beta'_L}) \leq O\left(\frac{Q_n^2}{n^2}\right)$$

副産物2:熱浴の安定性条件

類似の議論で、始状態と終状態の相対エントロピーについても評価できる;

以下三つを満たすようなCP-work extractionが存在するための必要十分条件は $Q_n < o(\sqrt{n})$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow 0} D(\rho_{\text{fin}}^{HL} \parallel \rho_{\beta_H \beta_L}) &= 0 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \eta(\{\mathcal{E}_j, w_j\}) &= 1 - \frac{\beta_H}{\beta_L} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{Q_n}{Q(\{\mathcal{E}_j, w_j\})} &= 1 \end{aligned}$$

$n \rightarrow \infty$ の極限で、「仕事を取り出しつつ、熱浴を元に戻せる」操作が存在する為の必要十分条件

まとめ1: 量子熱機関の再定式化

これまで量子熱機関の定式化として広く使われていた「内部ユニタリーモデル」の問題点を示した

$$\rho_I \xrightarrow{U} U \rho_I U^\dagger$$

$$U := T_{\rightarrow} \exp\left[-i \int H_I(\lambda(t)) dt\right]$$

I は熱浴と熱機関本体

内部系の時間発展がユニタリーに近い時、
取り出した仕事を読み出す事ができない

量子通信理論に基づく
疑問が出発点

「仕事の取り出し」を測定過程として再定式化することで、この問題を解決した

まとめ2: 最適性能の漸近評価

情報理論で最近発展してきた計算手法を用いて、
熱機関の最適効率を漸近的に求めた



有限多粒子系として熱浴を取り扱い、温度差のある有限粒子
熱浴の熱機関の最大効率を求め、熱力学限界と比較した;

$$\eta_{\text{opt}}[\beta_H, \beta_L, Q_n] = \eta_T[\beta_H, \beta_L, Q_n] + O\left(\frac{Q_n}{n^2}\right)$$

$n \rightarrow \infty$ の極限で、「仕事を取り出しつつ、熱浴を元に戻せる」操作が
存在する為の必要十分条件を求めた;

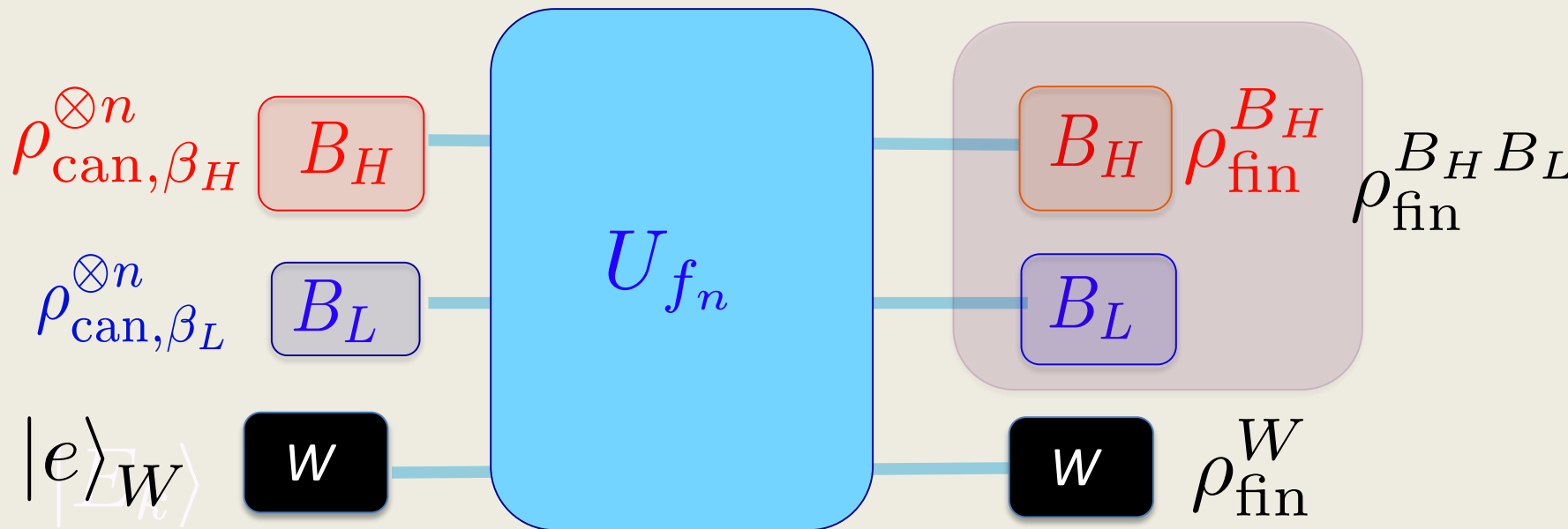
$$Q_n \leq O(\sqrt{n})$$

補遺

- 1 最適操作の具体形
- 2 より弱い要請で成立するtrade-off

補遺1:最適操作の具体形

最適操作の具体形



$$U_{f_n} := \sum_{x,y} \sum_{e \in \Lambda} |f_n(x, y)\rangle_{HL} |e'(x, y)\rangle_W {}_{HL} \langle x, y| {}_W \langle e|$$

$$|e'(x, y)\rangle_W := |e + h_{HL}^{(n)}(x, y) - h_{HL}^{(n)}(f_n(x, y))\rangle_W$$

$$\hat{H}_{B_H} + \hat{H}_{B_L} = \sum_{x,y} h_{HL}^{(n)}(x, y) |x, y\rangle_{HL} {}_{HL} \langle x, y|$$

$f_n(x, y)$ はinvertible function;
すなわち、このユニタリーは熱浴の対角成分を並べ替える

最適操作の性質1: エネルギー保存とユニタル性

$$U_{f_n} := \sum_{x,y} \sum_{e \in \Lambda} |f_n(x,y)\rangle_{HL} |e'(x,y)\rangle_W {}_{HL}\langle x,y| {}_W\langle e|$$

$$\hat{H}_{B_H} + \hat{H}_{B_L} = \sum_{x,y} h_{HL}^{(n)}(x,y) |x,y\rangle_{HL} {}_{HL}\langle x,y|$$

$$|e'(x,y)\rangle_W := |e + h_{HL}^{(n)}(x,y) - h_{HL}^{(n)}(f_n(x,y))\rangle_W$$

最適操作を具体的に与える前に、この段階で分かる性質を述べる；
このユニタリーは全体のエネルギーを保存する；

$$[U_n, H_{\text{total}}] = 0$$

熱浴の時間発展は、 e の具体的な値によらない。
ここから、熱浴の時間発展のユニタル性を保証できる；

$$\text{Tr}_W [\hat{1}_{B_H B_L} \otimes |e\rangle_W {}_W\langle e|] = \hat{1}_{B_H B_L}$$

最適操作の物理的意味

Hot

Cold



Compression

Compression

$\beta \approx 0$

$\beta \approx \infty$



$\beta \approx 0$

$\beta \approx \infty$



relaxation

relaxation



$$m_n := \left\lfloor \frac{\beta_X Q_n + \frac{Q_n^2}{2n\sigma_X^2(\beta_X)}}{\log d} \right\rfloor$$

Compression

Compressionは、熱浴の初期状態 $\rho_{\beta_H}^{\otimes n}$ 対角成分の並べ替え

$$\sum_x P_{\beta_H}^n(x) |x\rangle \langle x| \rightarrow \sum_x P_{\beta_H}^{n\downarrow}(x) |x\rangle \langle x|$$

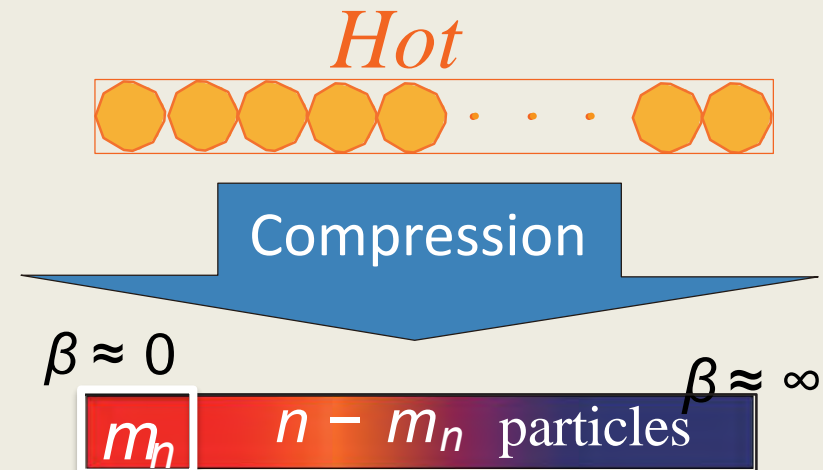
Decreasing order

$$x = \sum_{k=1}^n x_k d^{k-1} \quad |x\rangle = |x_1, \dots, x_n\rangle$$

下の式から、番号n付近の粒子の状態は、ほぼGround stateになる=extremely cold

$$\sum_{x \geq d^{n-1}} P_{\beta}^{n\downarrow}(x) \approx 0$$

同様に、番号1付近の粒子の状態は、ほぼmaximally mixedになる=extremely hot



最適操作の物理的意味

Hot

Cold



Compression

Compression

$\beta \approx 0$

$\beta \approx \infty$



$\beta \approx 0$

$\beta \approx \infty$



relaxation

relaxation



$$m_n := \left\lfloor \frac{\beta_X Q_n + \frac{Q_n^2}{2n\sigma_X^2(\beta_X)}}{\log d} \right\rfloor$$

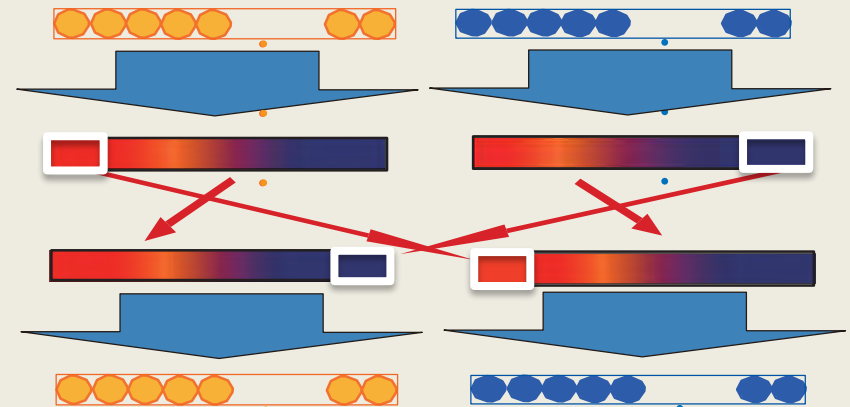
どこでエネルギーが動くのか？

・第一ステップは熱浴の基底の並び替えなのでエントロピーは変化しない。

Gibbs stateは同一エネルギーに対してエントロピー最大の状態なので、この時熱浴のエネルギーは増えている。

・第二ステップは単なる粒子の並び替えなので、エントロピー、エネルギーともに変化しない。

・第三ステップは第一ステップの逆操作。ここで熱浴のエネルギーが減る。



すなわち、最適操作では、第一ステップでエネルギーを熱浴に“貸し付け”、第三ステップで回収している。

補遺2:より弱い要請で成立する
trade-off

準備

ρ_I の純粋化を以下の様にする:

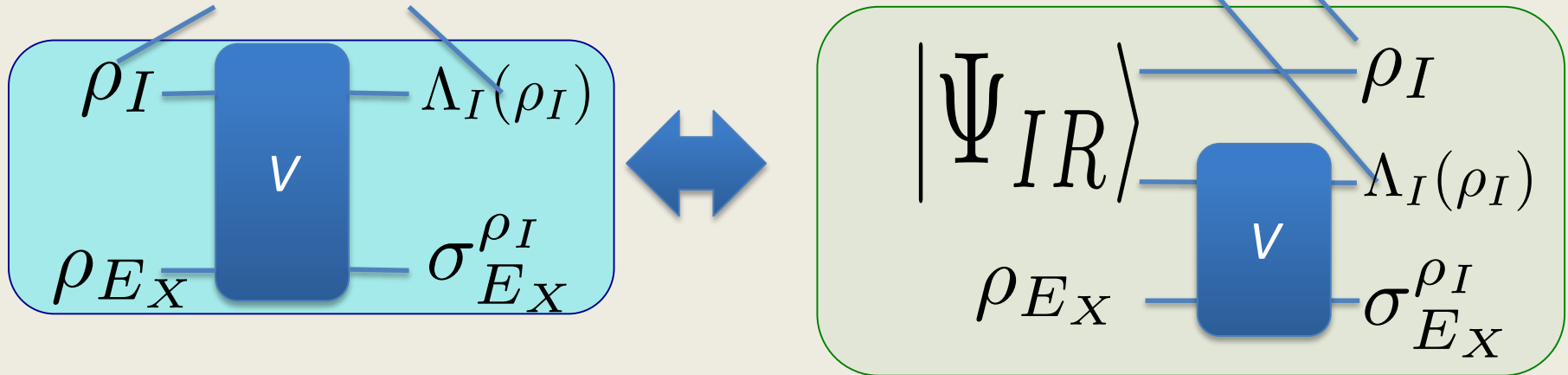
$$\text{Tr}_R[|\Psi_{IR}\rangle\langle\Psi_{IR}|] = \text{Tr}_I[|\Psi_{IR}\rangle\langle\Psi_{IR}|] = \rho_I$$

こうすると、Reference system R は I の初期状態を保存する。

The energy difference
between them

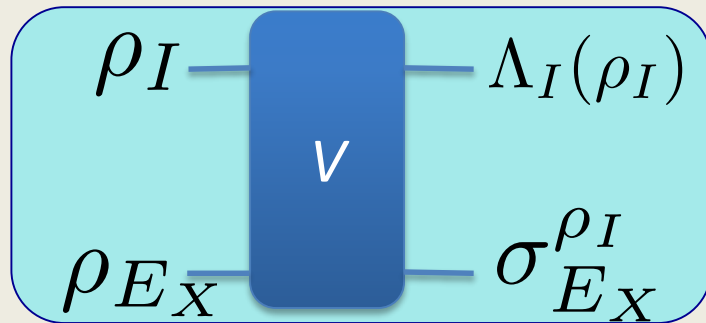
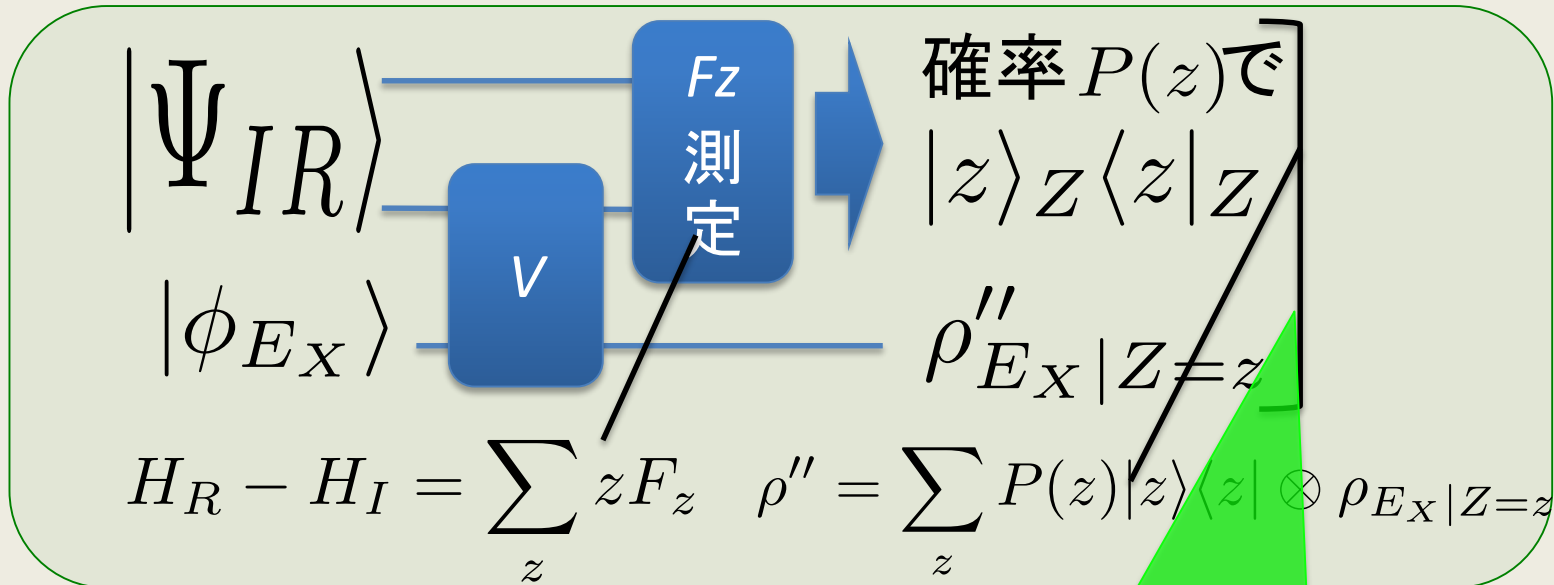


The energy difference
between them



I と R のエネルギーの差を、 E_X の測定結果から推定する。

Trade-off relation 1/2



$I_{\rho''}(Z; E) =$ 「 E_X を観測してどの程度仕事量を読み取れるか」の指標

$|\Psi_{IR}\rangle$ は ρ_I の純粋化;

$$\text{Tr}_R[|\Psi_{IR}\rangle \langle \Psi_{IR}|] = \text{Tr}_I[|\Psi_{IR}\rangle \langle \Psi_{IR}|] = \rho_I$$

R を I と同一の系にすると、 R は I の初期状態を保存する。

Trade-off relation 2/2

内部系 ρ の時間発展 F_z 確率 $P(z)$ で

内部系の時間発展がユニタリーに近い
 \Rightarrow 取り出した仕事を読み出す事ができない!

trade-off

$$S_e(\Lambda, \rho) + \Delta I_{\rho''}(Z; E) \geq S(P(Z))$$

$\Delta I_{\rho''}(Z; E) := S(P(z)) - I_{\rho''}(Z; E)$ 情報取得の不完全性

$S_e(\Lambda, \rho) := S(\Lambda(|\Psi\rangle\langle\Psi|))$ コヒーレンス破壊

$I_{\rho''}(Z; E)$ が「 E_x を観測してどの程度仕事量を読み取れるか」の指標になっている事に注意