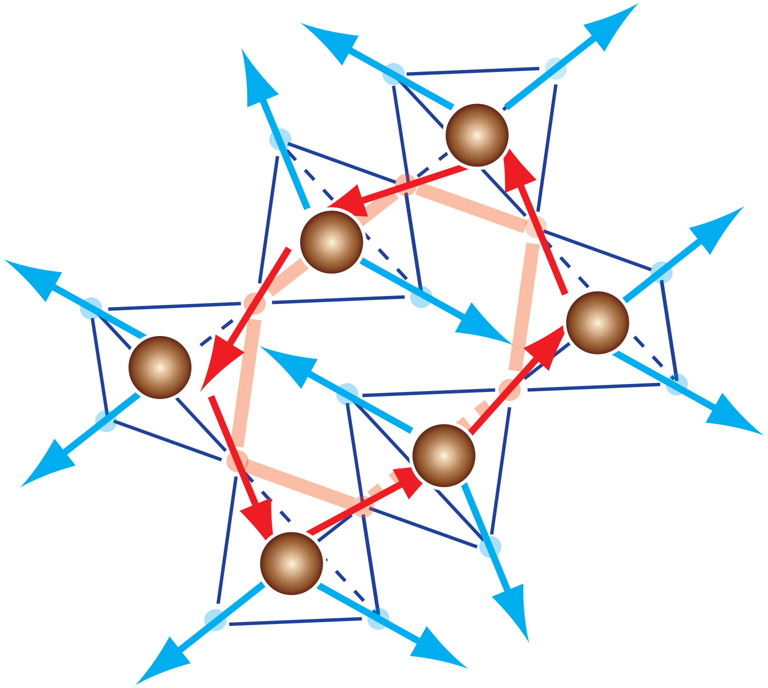
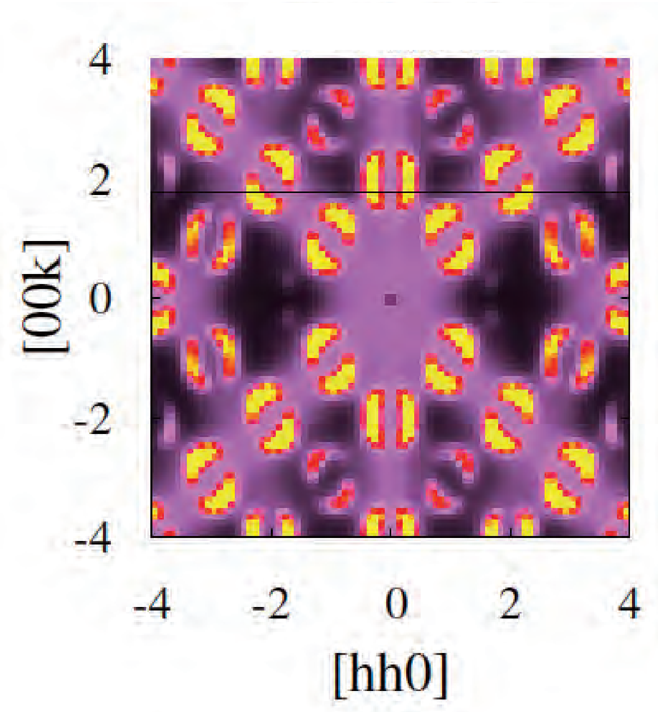
フラストレート格子上の伝導電子系





Masafumi Udagawa

Dept. of Physics, Gakushuin University

Mar. 8, '16 @ 統計物理学懇談会 in Gakushuin University

Reference

M. U., L. D. C. Jaubert, C. Castelnovo and R. Moessner, arXiv:1603.02872

Outline

I. Introduction: 幾何学的フラストレーション系

– 基底状態の大規模縮退と残留エントロピー

– トポロジカル秩序と分数励起

II. 伝導スピンアイス系の分数励起ダイナミクス

– $Pr_2Ir_2O_7$ と自発ホール効果

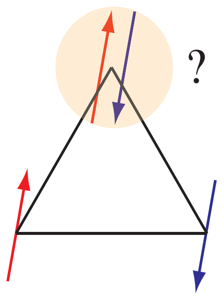
– 伝導スピンアイス系における “Like-charge attraction”

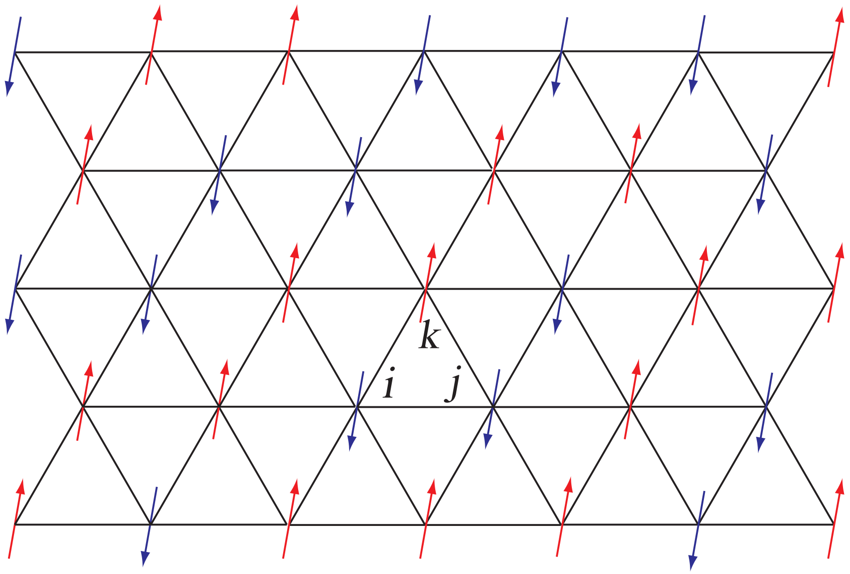
– モノポールリング形成と物理的帰結

III. まとめ

Introduction

幾何学的フラストレーション: 三角格子反強磁性Ising模型





– 三角格子上反強磁性Ising模型 ($J > 0$)

$$\mathcal{H} = J \sum_{\langle i,j \rangle} \sigma_i \sigma_j \qquad (\sigma_j = \pm 1)$$

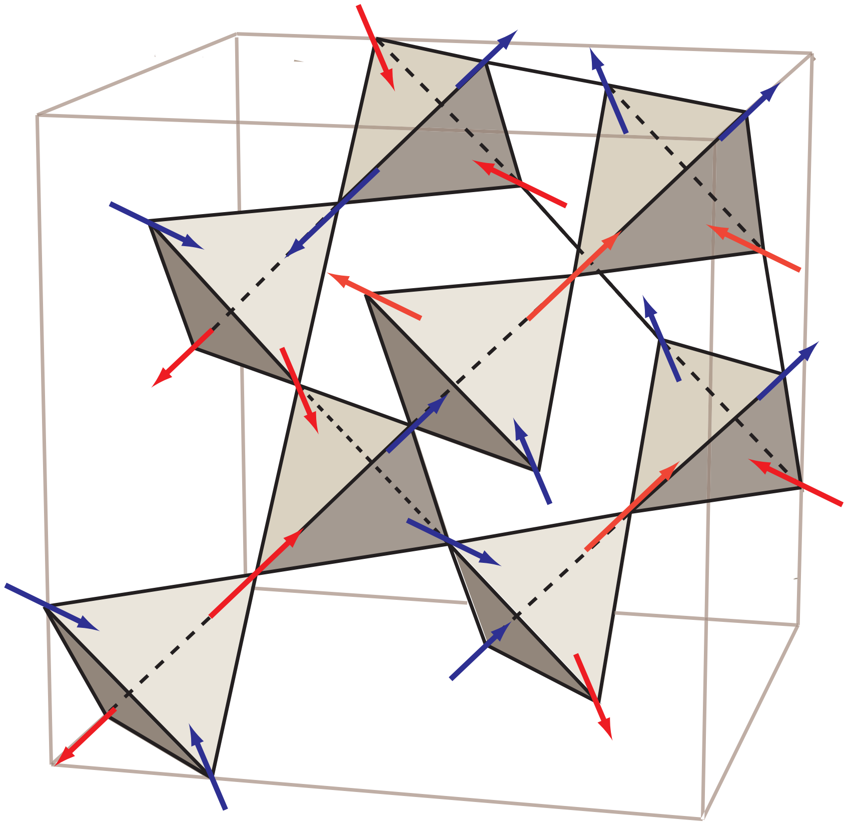
$$= \frac{J}{4} \sum_{\triangle \& \triangledown} (\sigma_i + \sigma_j + \sigma_k)^2 + \mathrm{Const.}$$

– 残留エントロピー (Wannier)

$\mathcal{S} = 0.323 k_{\mathrm{B}}/\mathrm{spin}$ (NOT 0.338 !)

幾何学的フラストレーション: スピンアイス

$Dy_2Ti_2O_7$, $Ho_2Ti_2O_7$



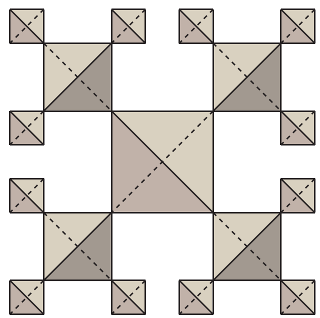
– アイスルール: 2-in 2-out

– 残留エントロピー (Ramirez)

測定値: $0.229 k_{\mathrm{B}}/\mathrm{spin}$

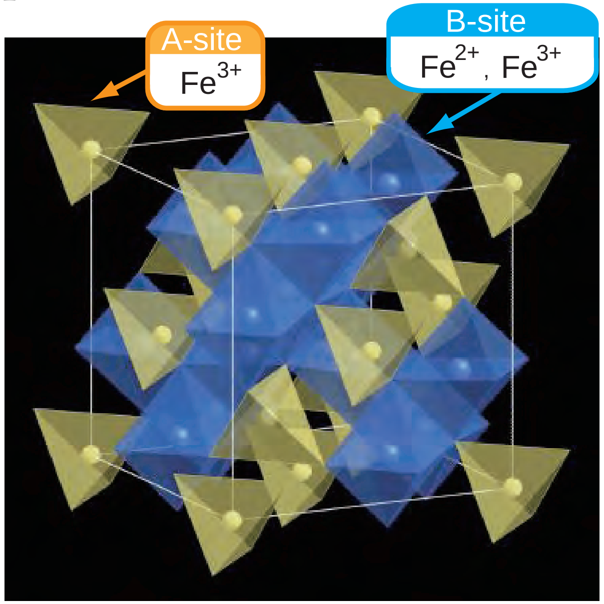
– Paulingの近似値 (≃Bethe近似)

$$\mathcal{S}_{\mathrm{Pauling}} = \frac{k_{\mathrm{B}}}{2} \log \frac{3}{2} \simeq 0.203 k_{\mathrm{B}}/\mathrm{spin}$$

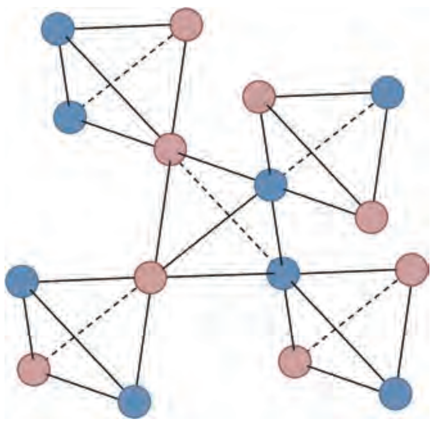


伝導電子系のフラストレーション: Fe_3O_4

Fe_3O_4



B-site spinel



– T_c =120K における電荷整列転移 (Verway)

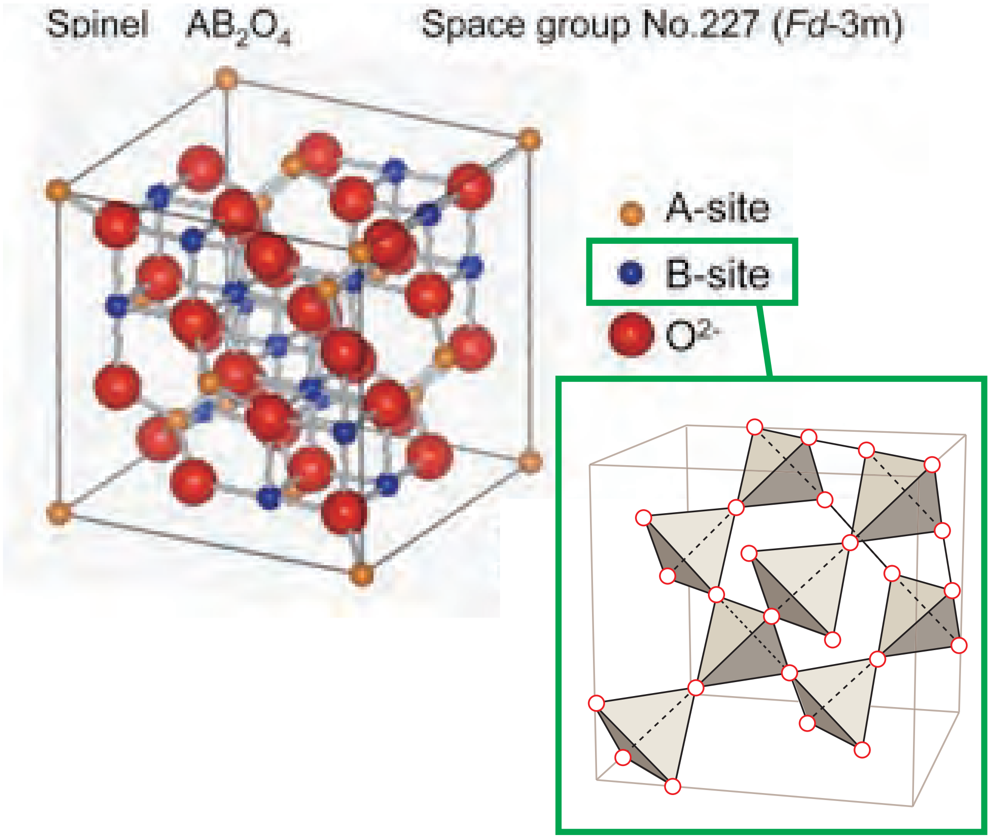
– $T_c \ll$ クーロンエネルギー(1eV$\sim 10^4$K)

$\rightarrow$ 電荷アイス-電荷秩序転移 (Anderson)

$T_c \sim \Delta E / \Delta \mathcal{S}$

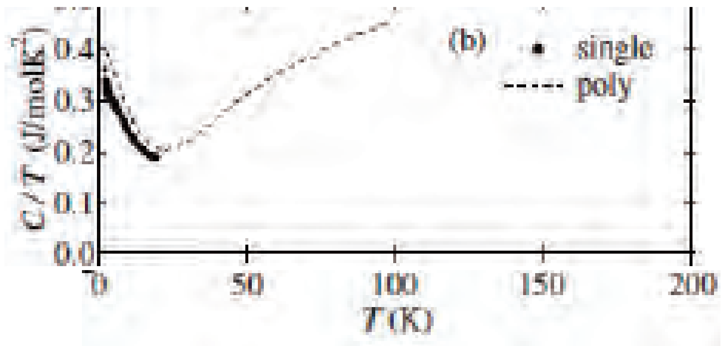
伝導電子系のフラストレーション: 重い電子挙動– LiV_2O_4

LiV_2O_4



Specific heat C

J. Kondo et al. (1999)
C. Urano et al. (2000)

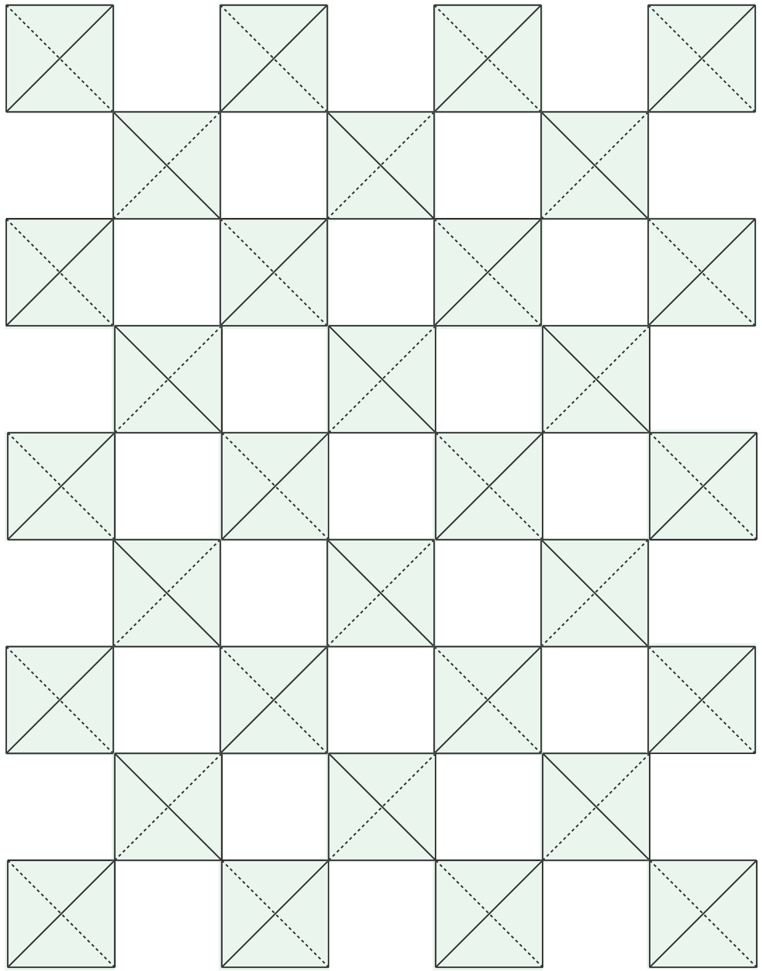


$$\gamma = C/T \propto m^*$$

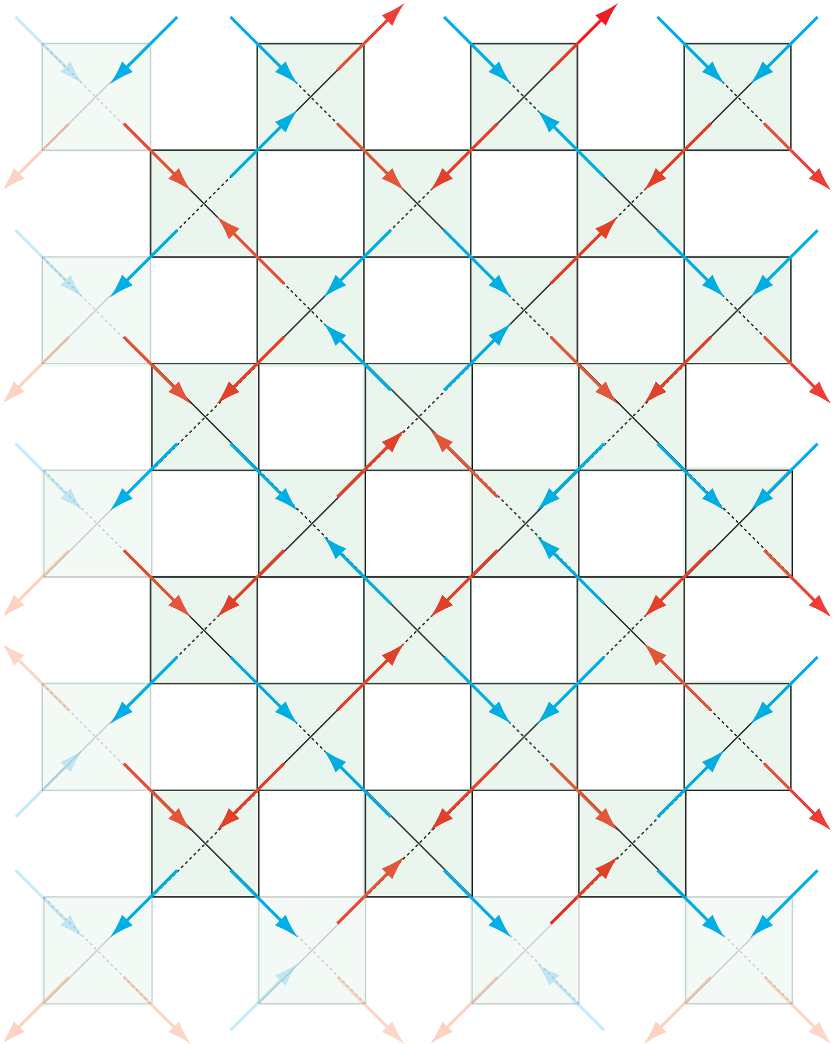
$$S = \int^{T} \frac{C}{T} dT \sim \gamma T$$

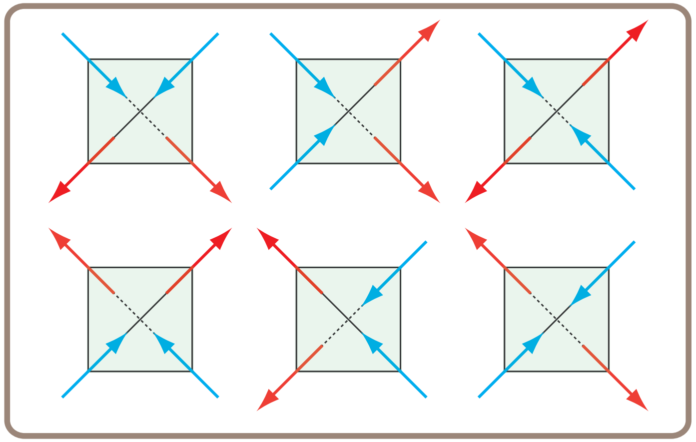
$$m^* = 200\, m_e$$

スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起

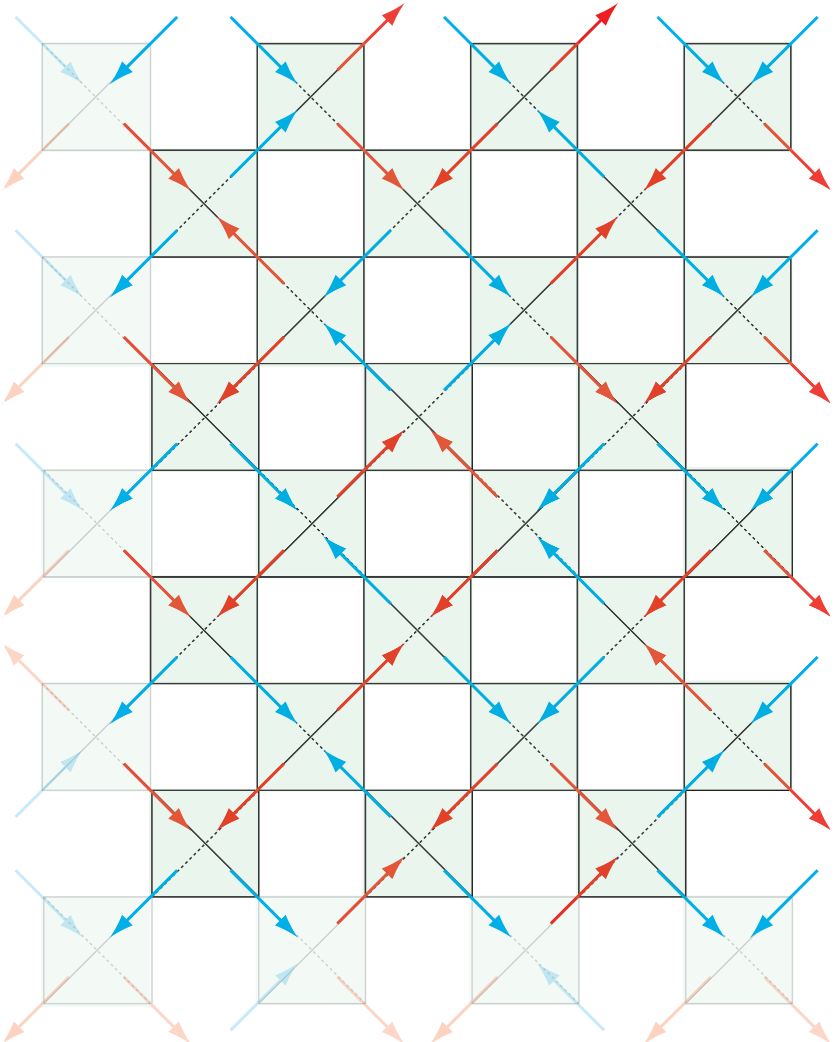


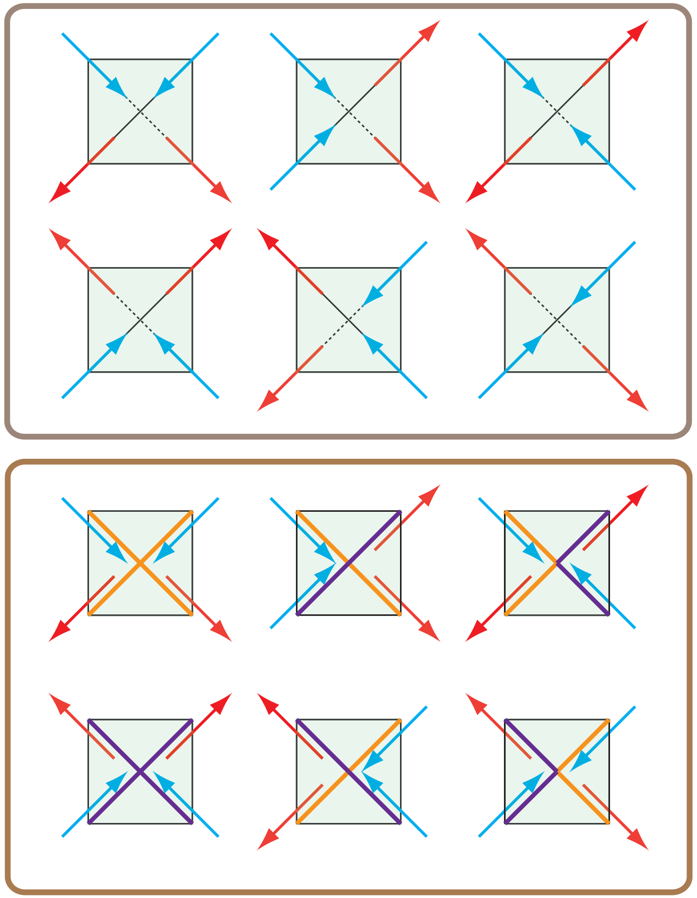
スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起





スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起

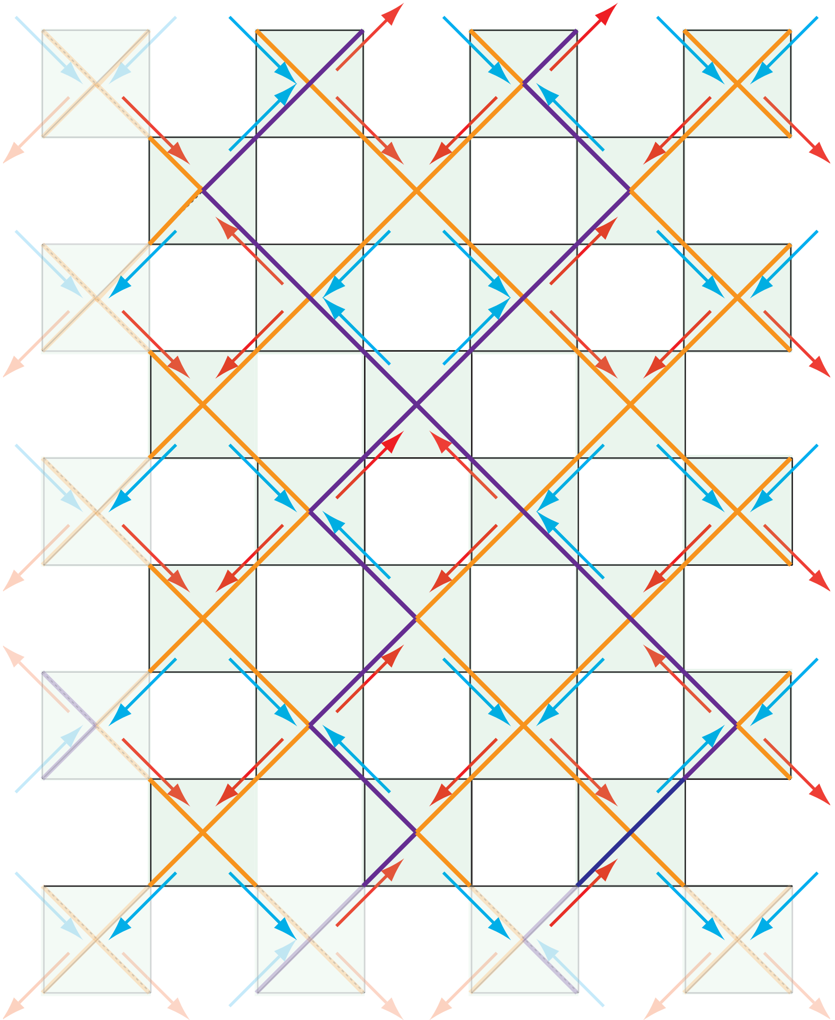


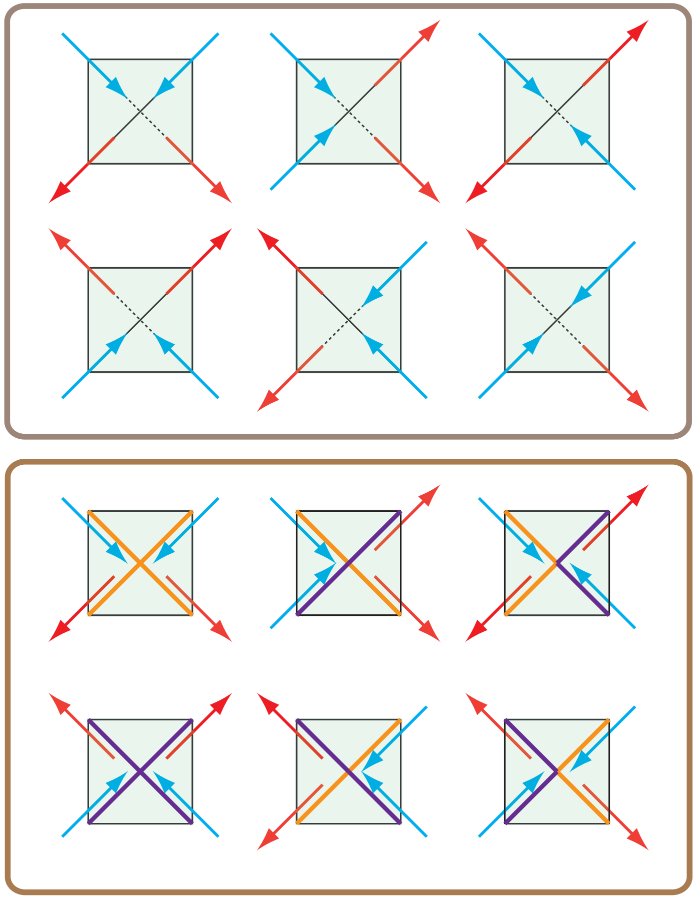


Winding Number

w = (# of) − (# of)

スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起

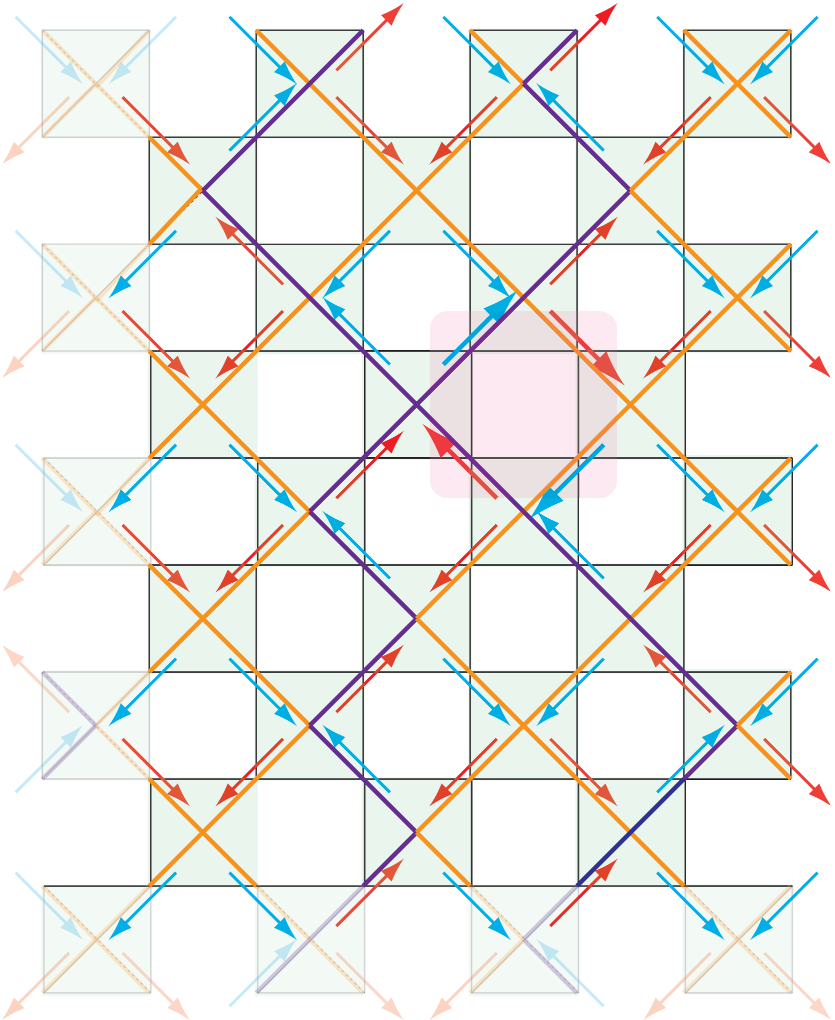


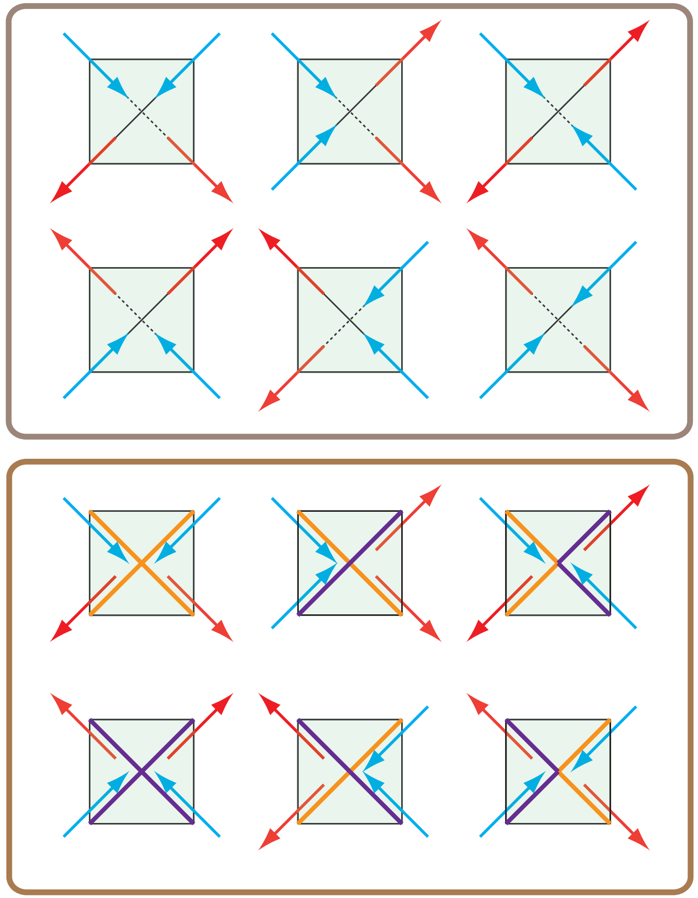


Winding Number

w = (# of) − (# of)

スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起

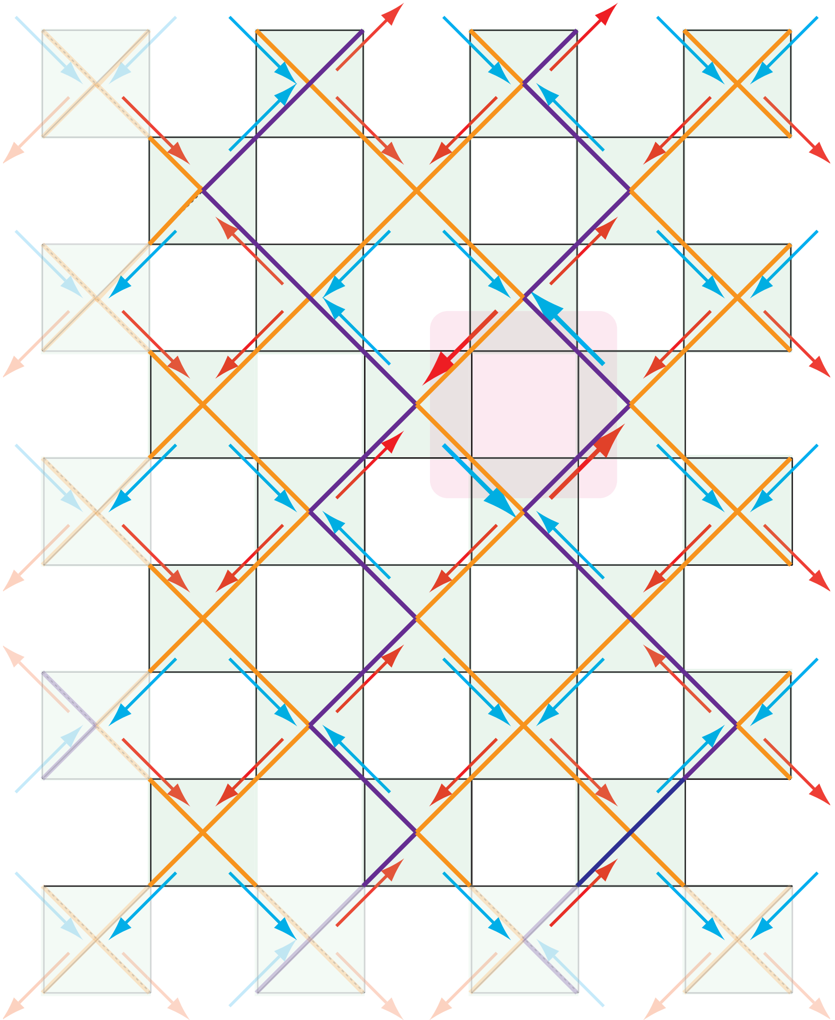


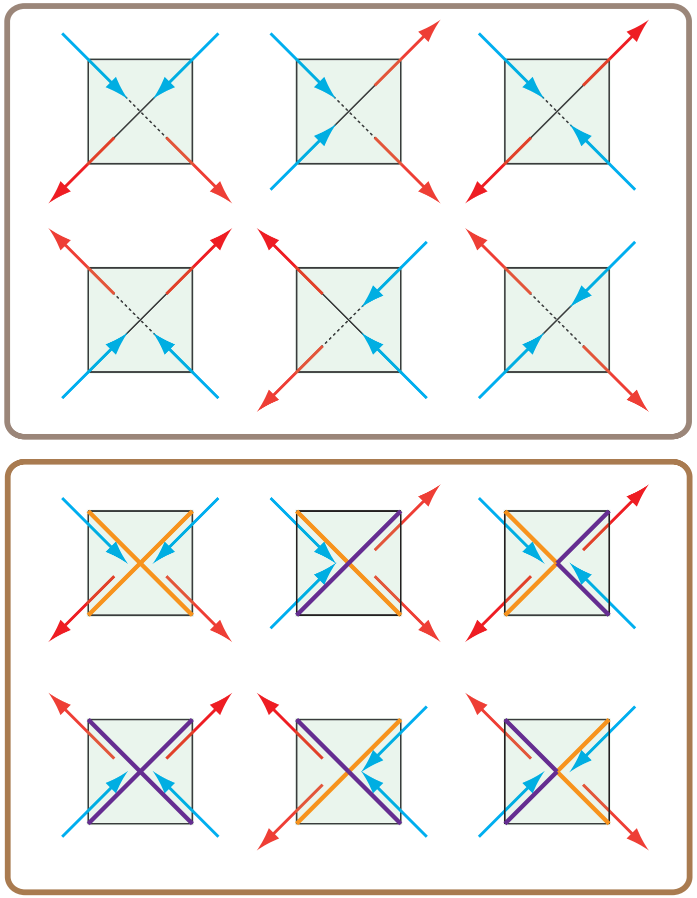


Winding Number

w = (# of [purple line]) − (# of [orange line])

スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起

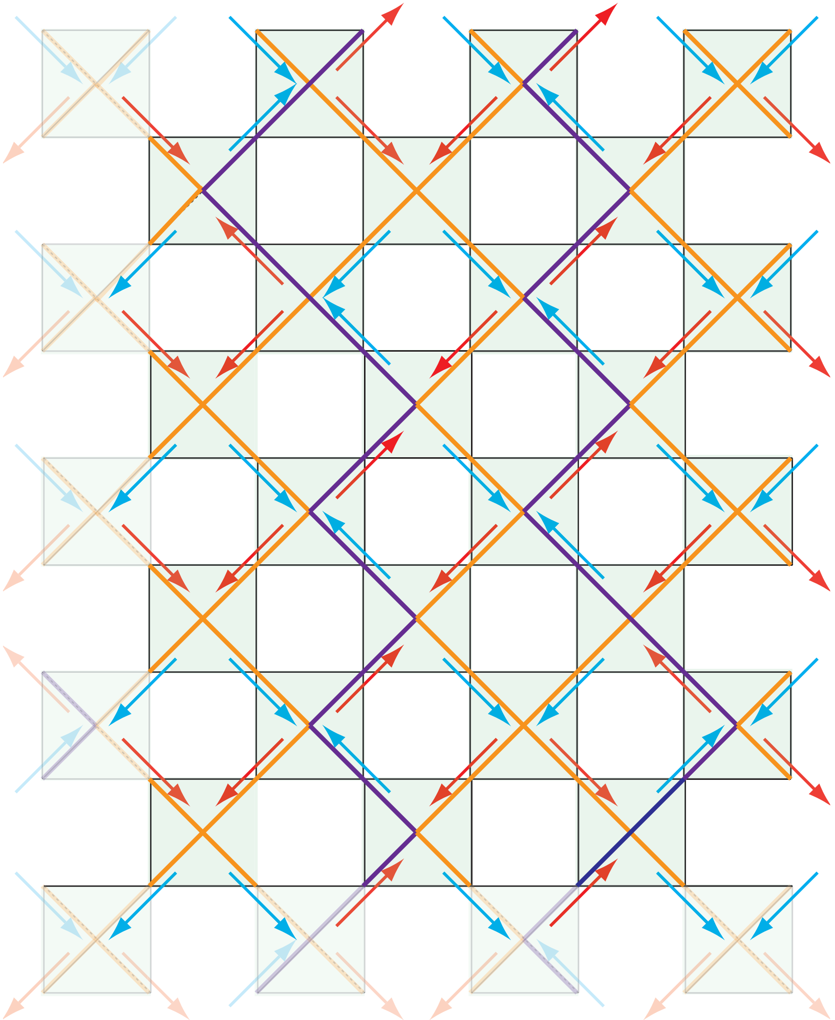


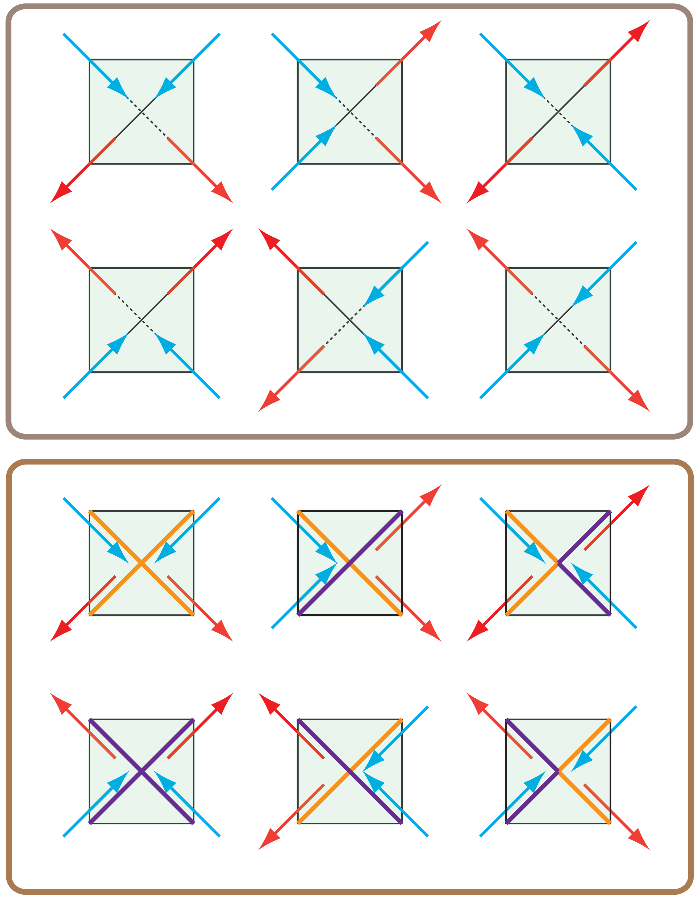


Winding Number

w = (# of) − (# of)

スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起

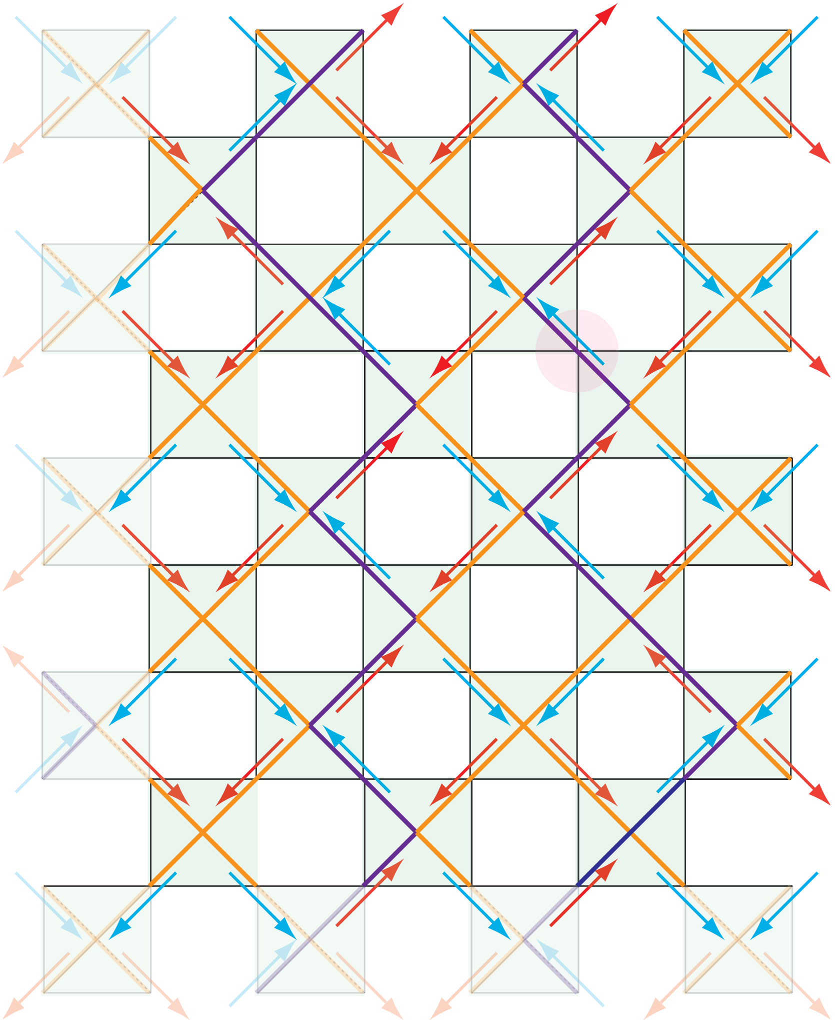


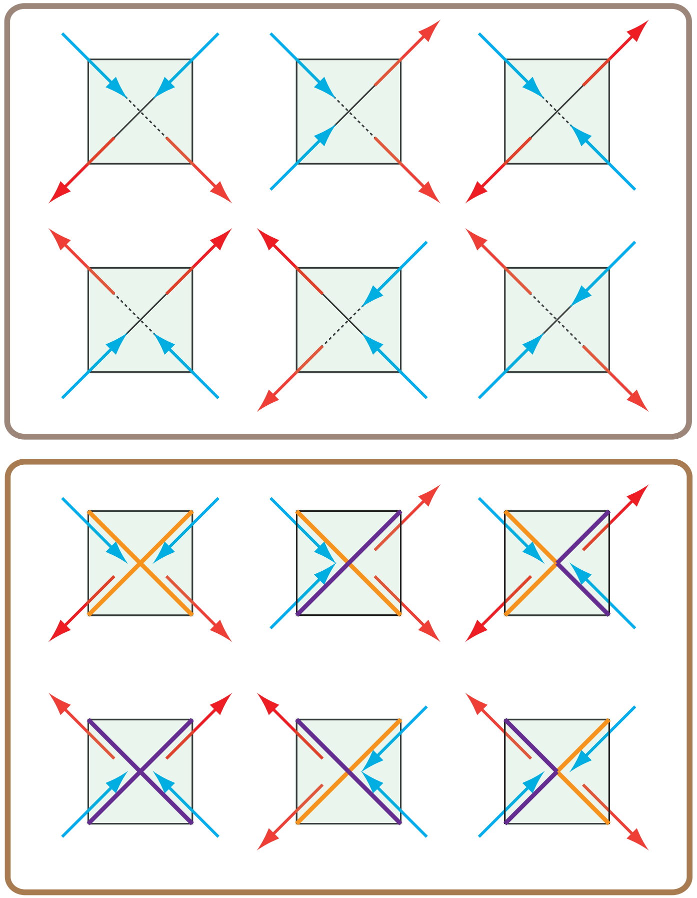


Winding Number

w = (# of) − (# of)

スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起

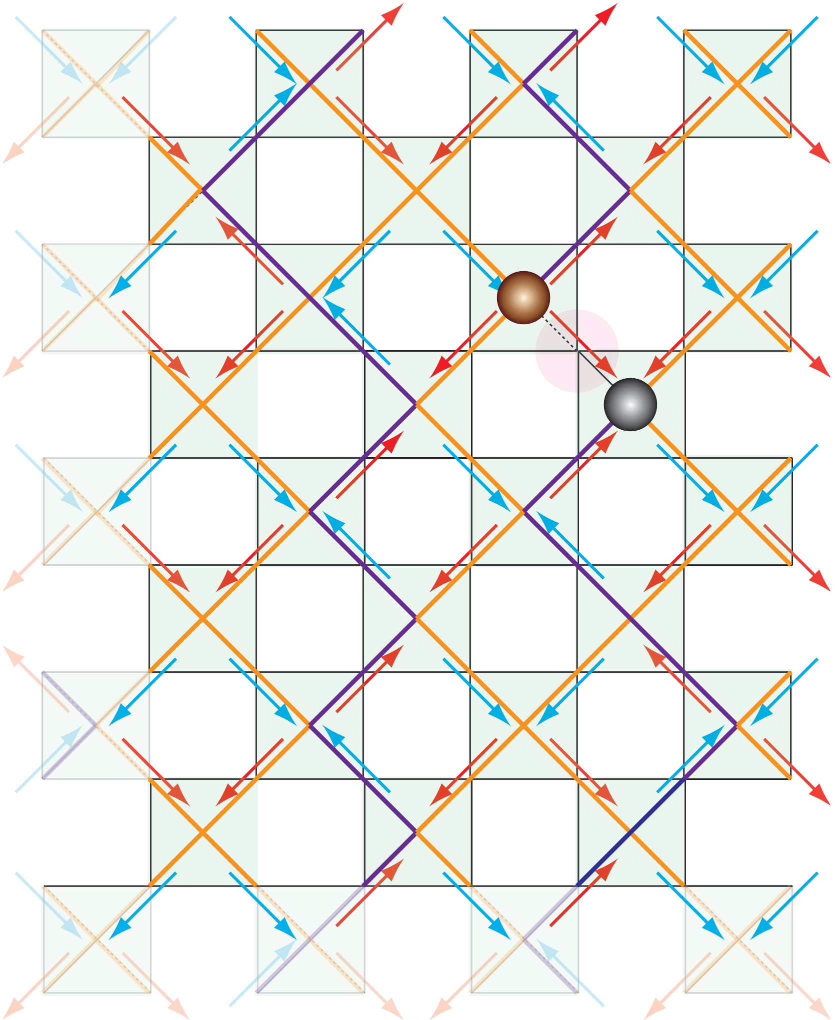


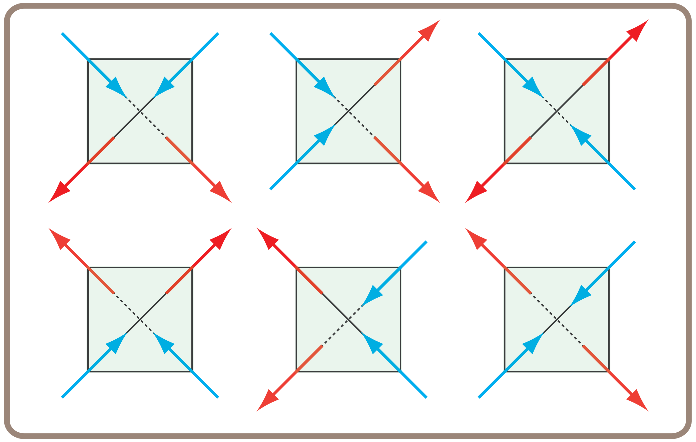


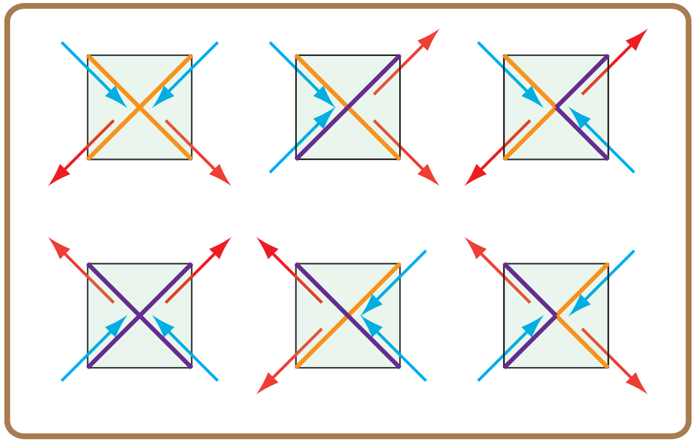
Winding Number

$$w = (\ \#\ \text{of}\ \text{———}\ ) - (\ \#\ \text{of}\ \text{———}\ )$$

スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起



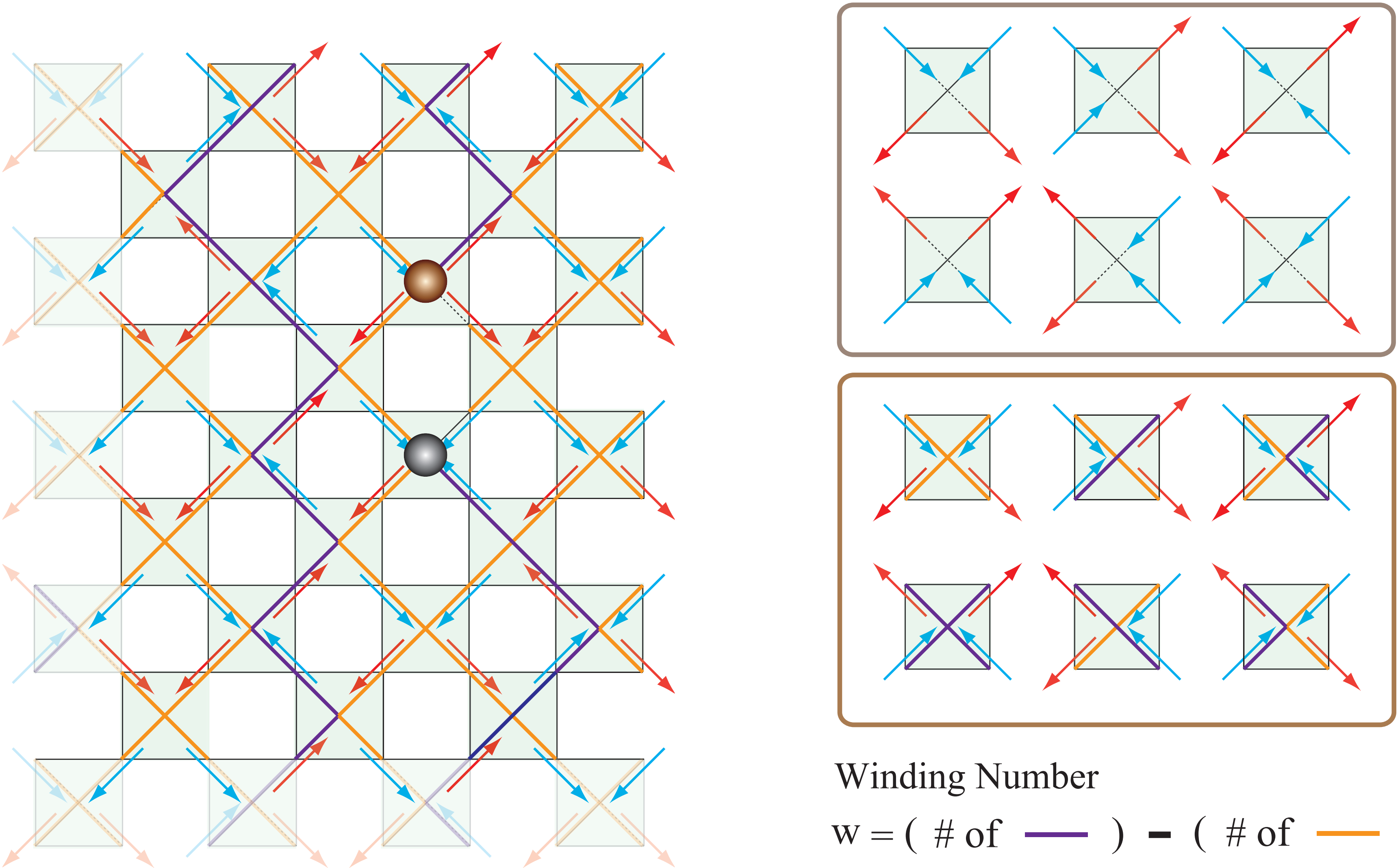




Winding Number

w = (# of ━) − (# of ━)

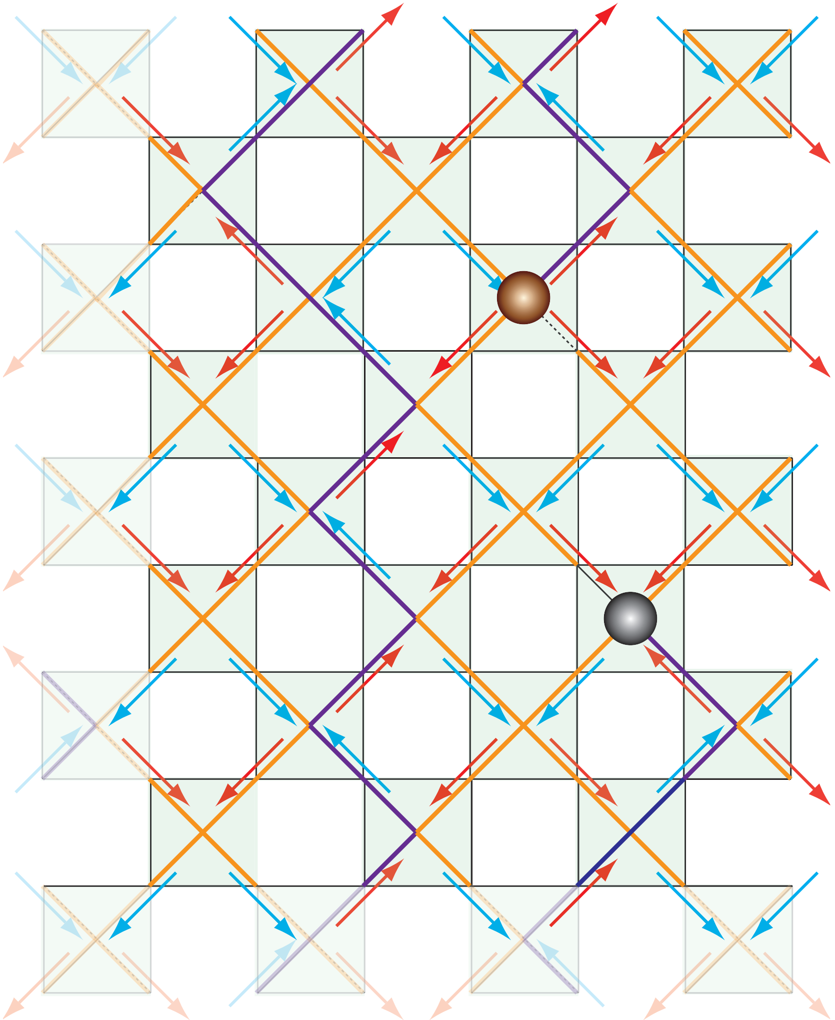
スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起

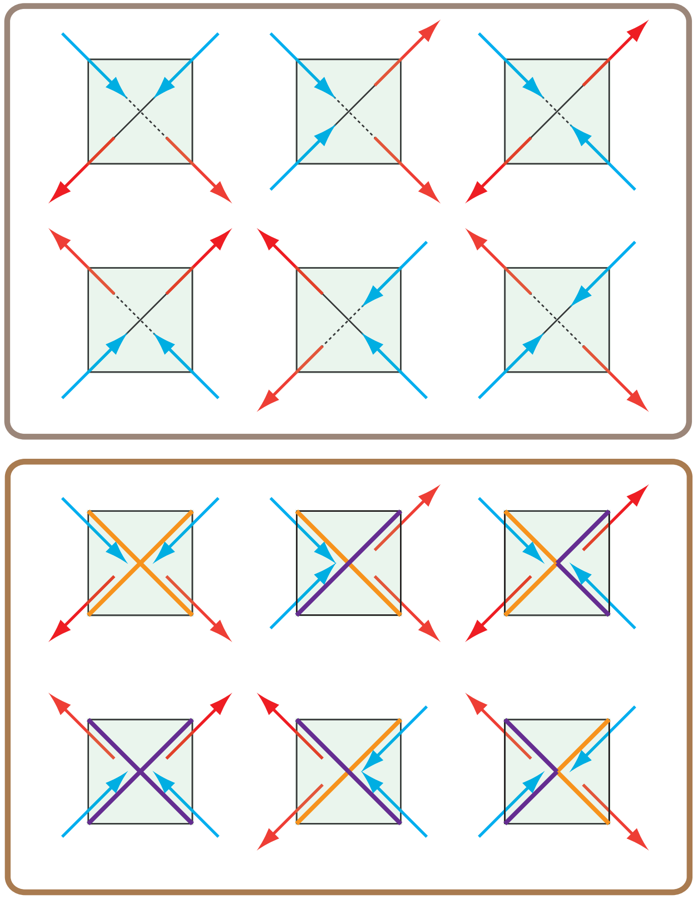


Winding Number

w = (# of ———) − (# of ———)

スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起

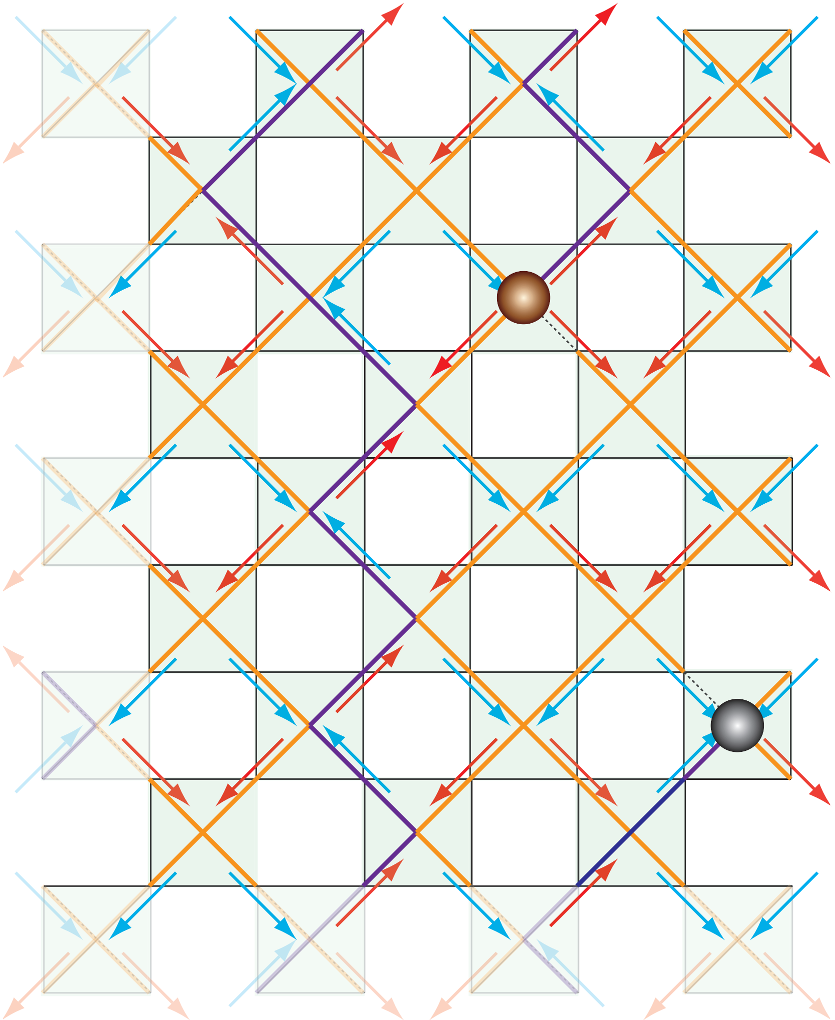


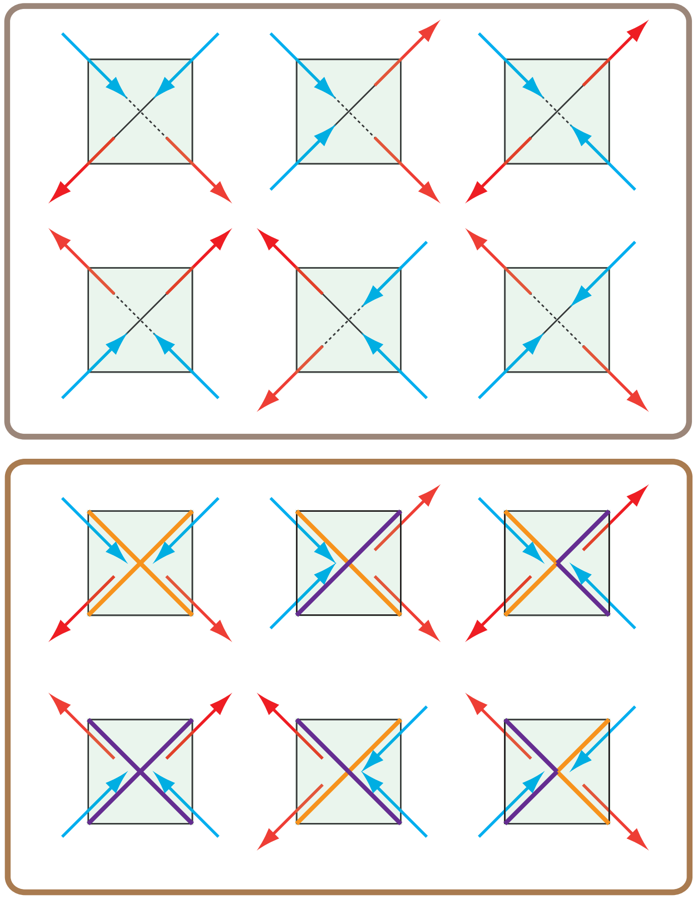


Winding Number

$w = (\ \#\ \text{of}\ \text{—}\ ) - (\ \#\ \text{of}\ \text{—}\ )$

スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起

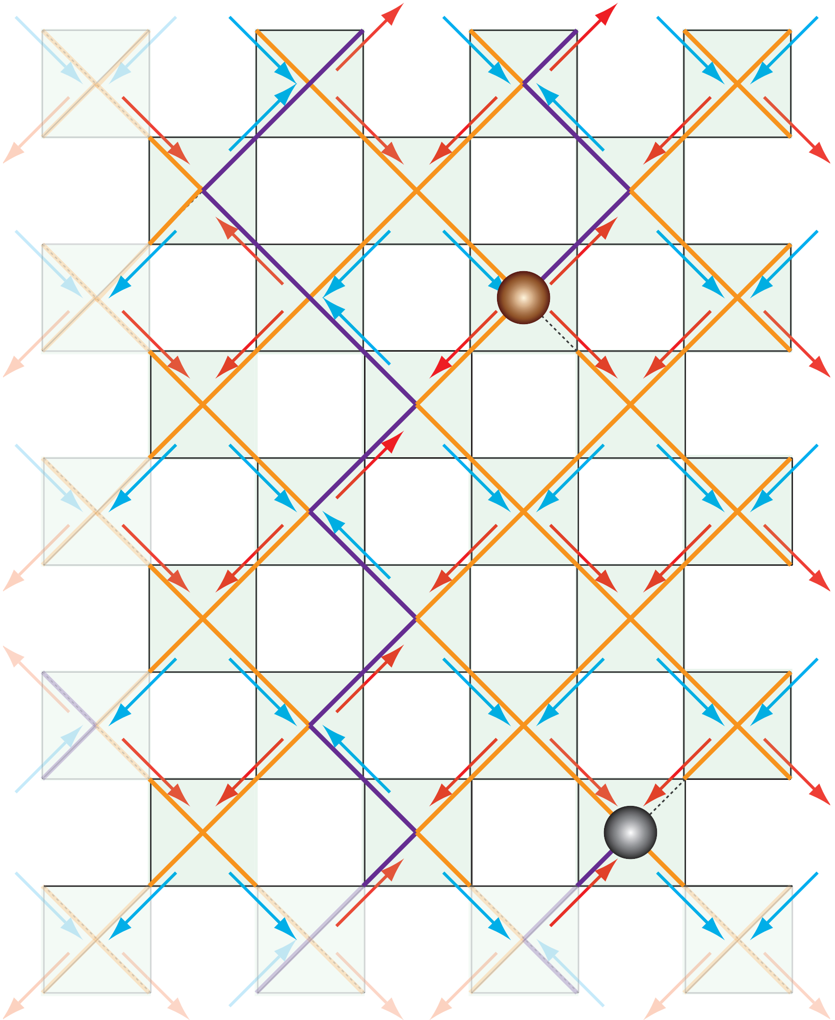


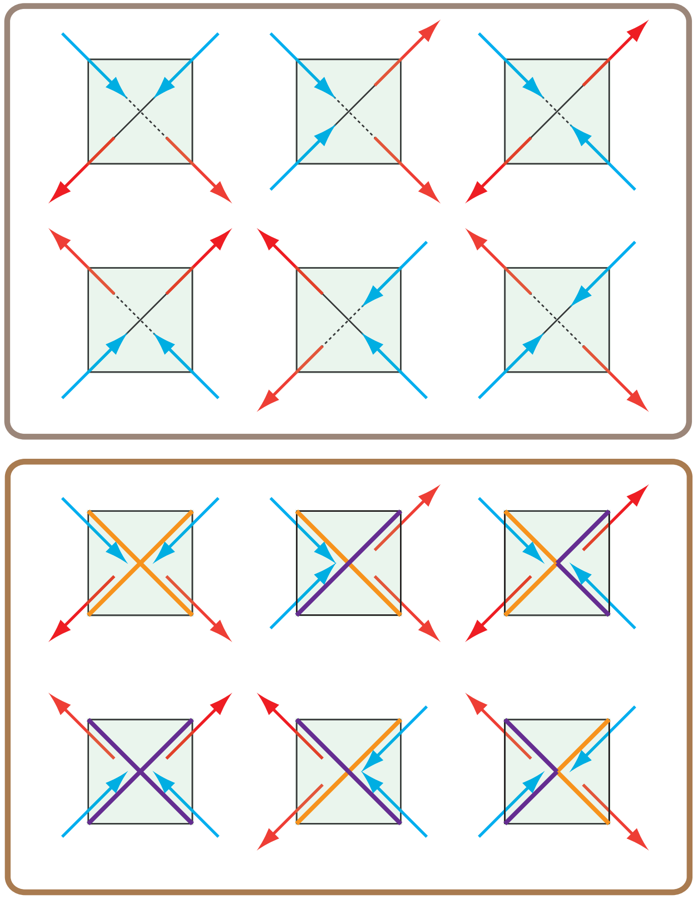


Winding Number

w = (# of [purple line]) − (# of [orange line])

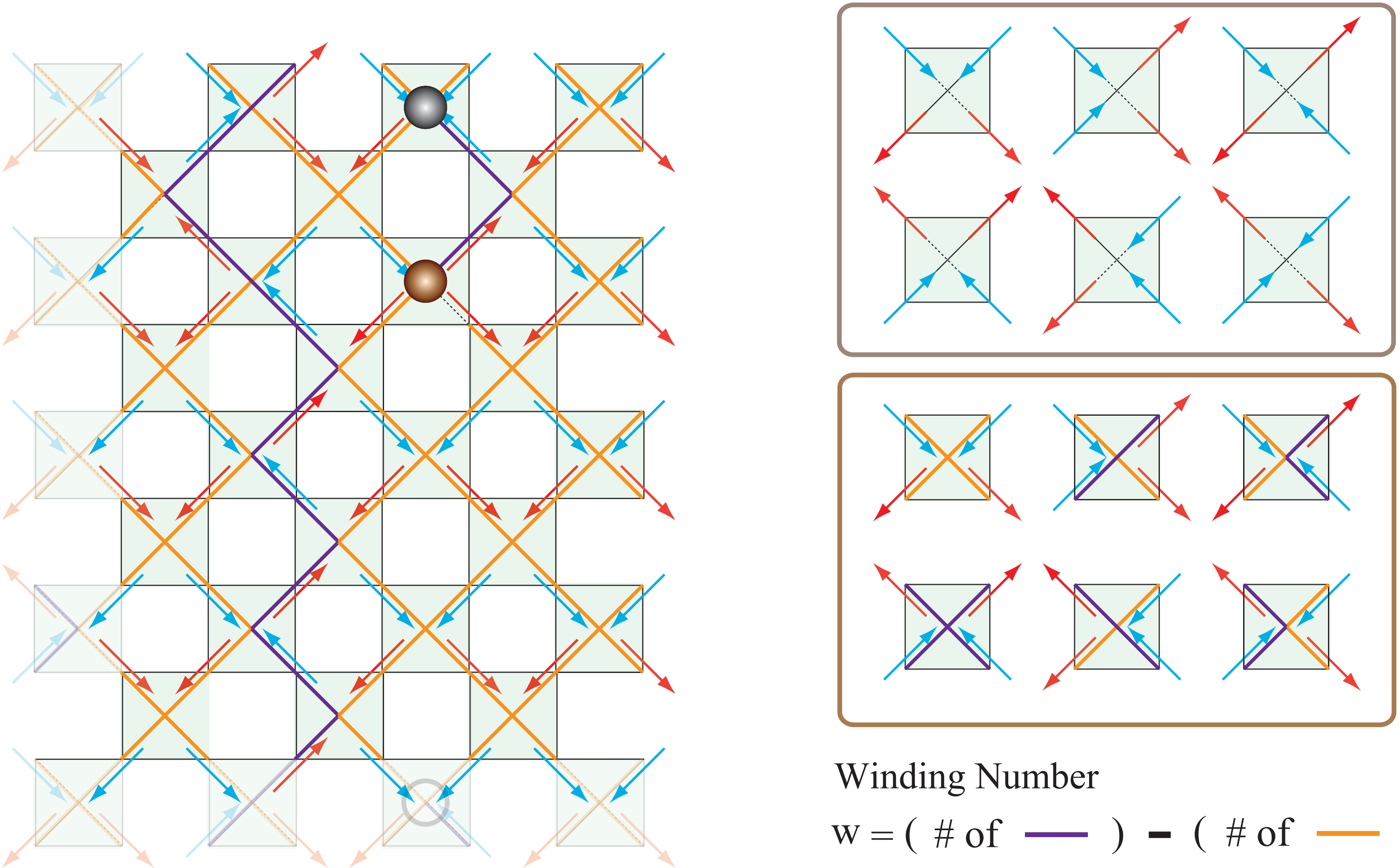
スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起





Winding Number

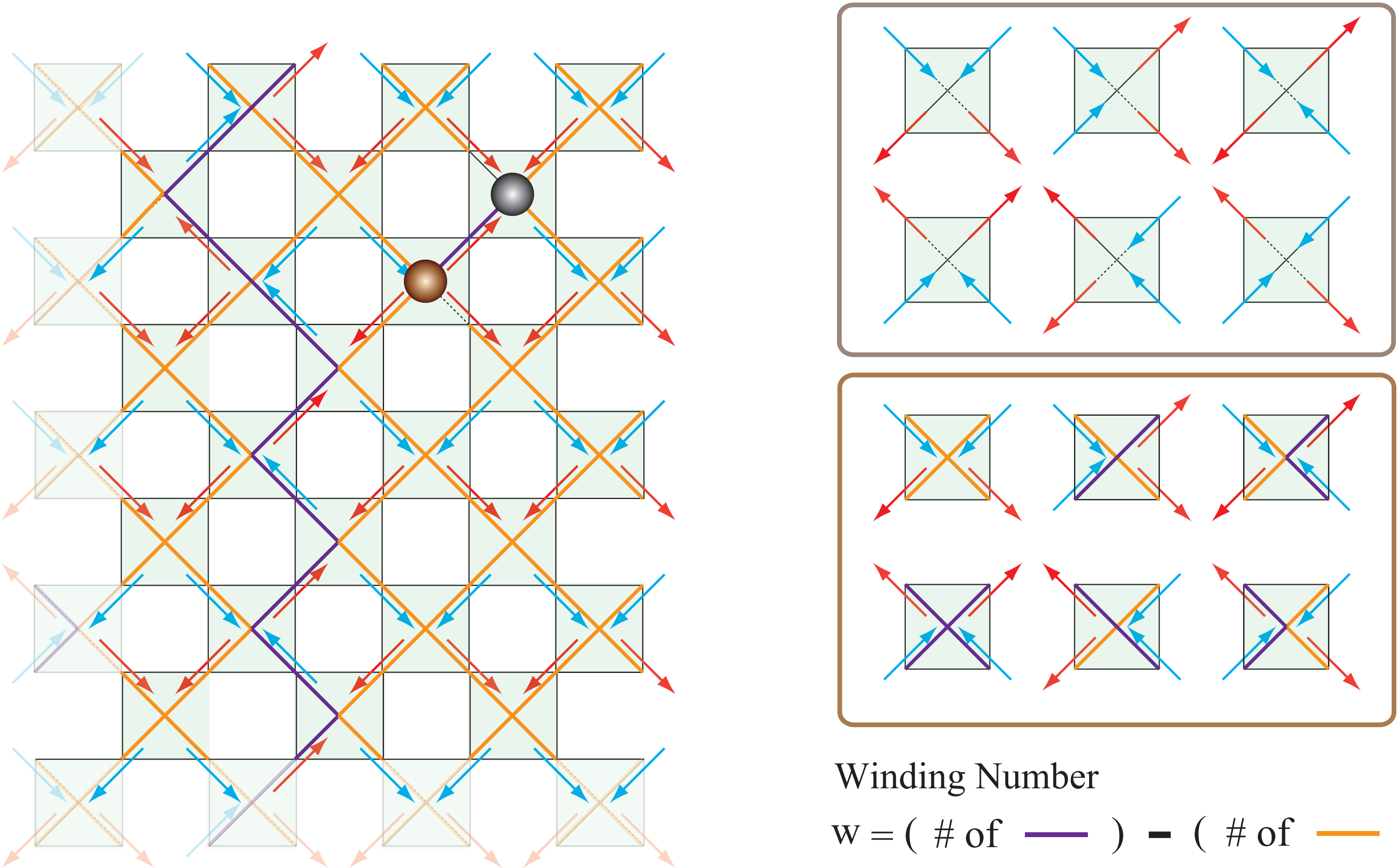
スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起



Winding Number

w = (# of ——) − (# of ——)

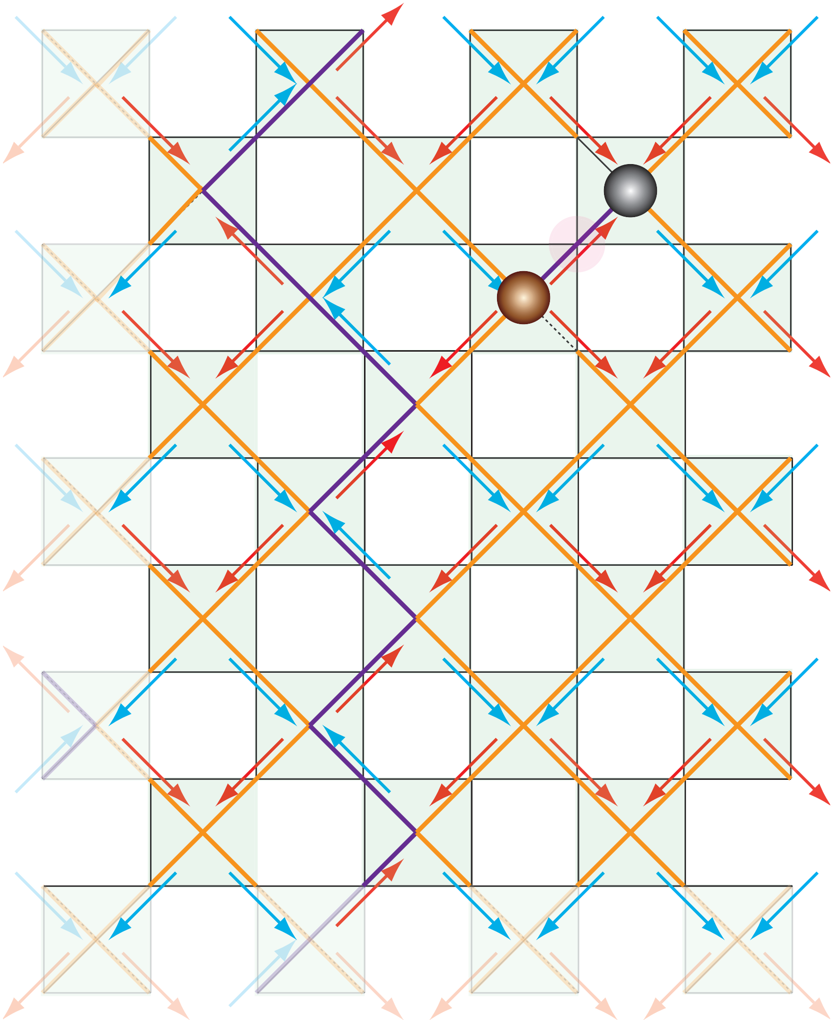
スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起

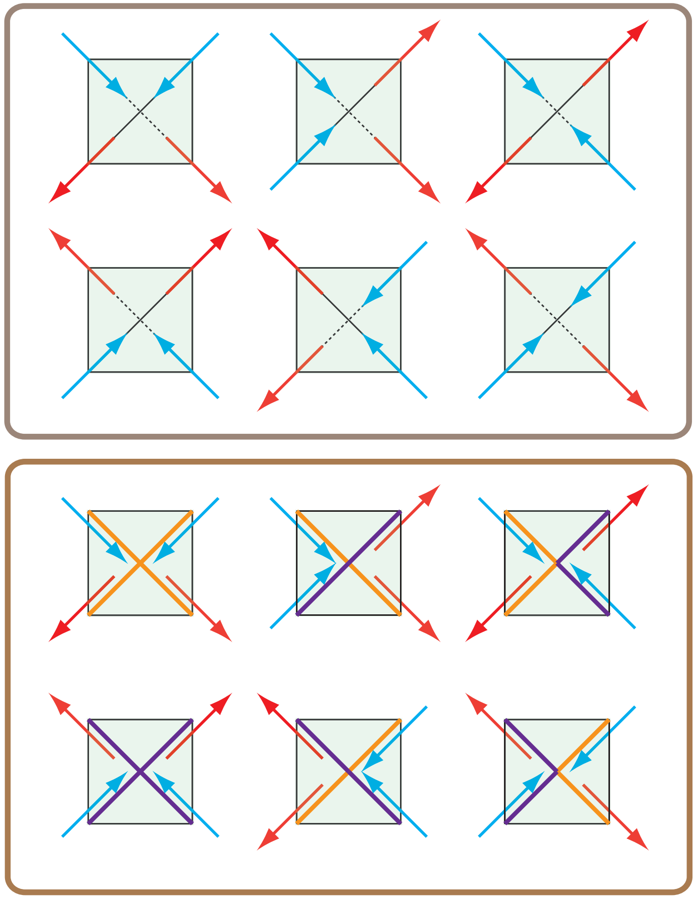


Winding Number

w = (# of ———) − (# of ———)

スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起

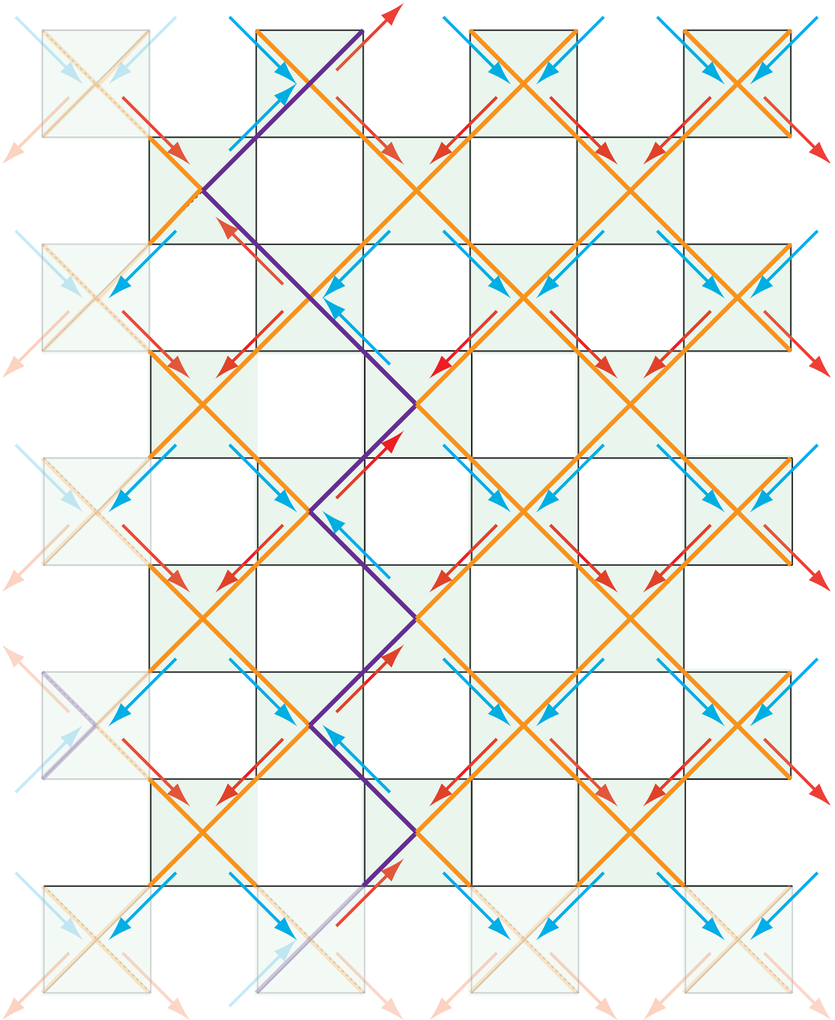


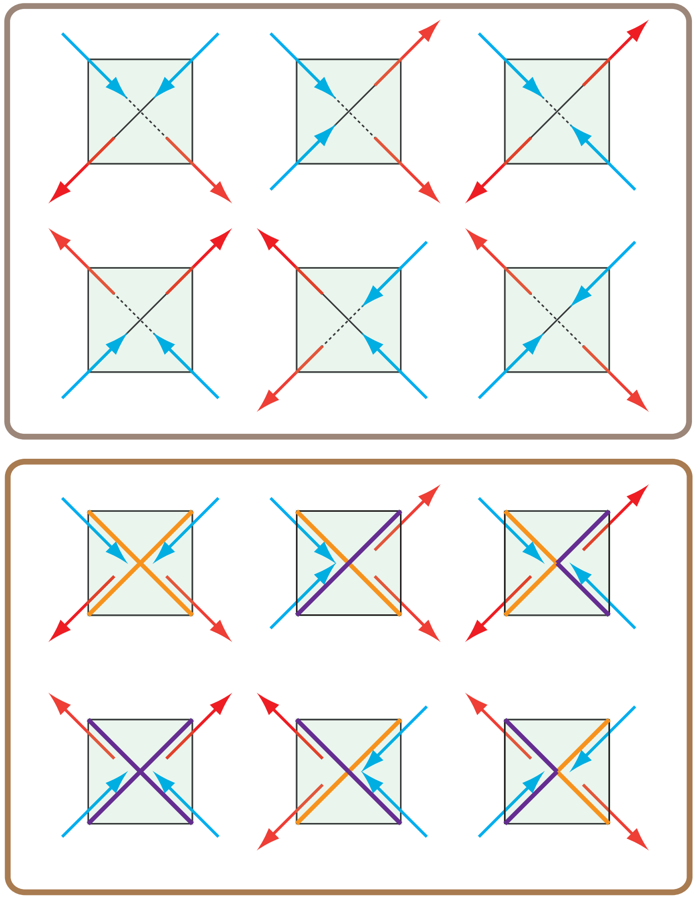


Winding Number

w = (# of ▬) − (# of ▬)

スピンアイスのトポロジカル秩序と分数励起





Winding Number

Short summary

幾何学的フラストレーション系の特徴

- 従来の見方: 大規模な基底状態の縮退を伴う乱雑な状態
- やや新しい発見: 隠れたトポロジカルな秩序

トポロジカル秩序に伴う励起状態

分数励起: 「スピン量子数の変化」が分裂する

電荷保存則: 異なる符号の電荷対が対生成/対消滅

トポロジカルセクターの揺らぎ

このようなトポロジカル秩序、励起状態の性質を積極的に反映した物理現象は色々とあるはず。

伝導スピンアイス系の分数励起ダイナミクス

Collaborators

Dr. Ludovic D. C. Jaubert (OIST)

Dr. Claudio Castelnovo (Cambridge)

Prof. Roderich Moessner (MPI PKS Dresden)

$Pr_2Ir_2O_7$: 格子構造

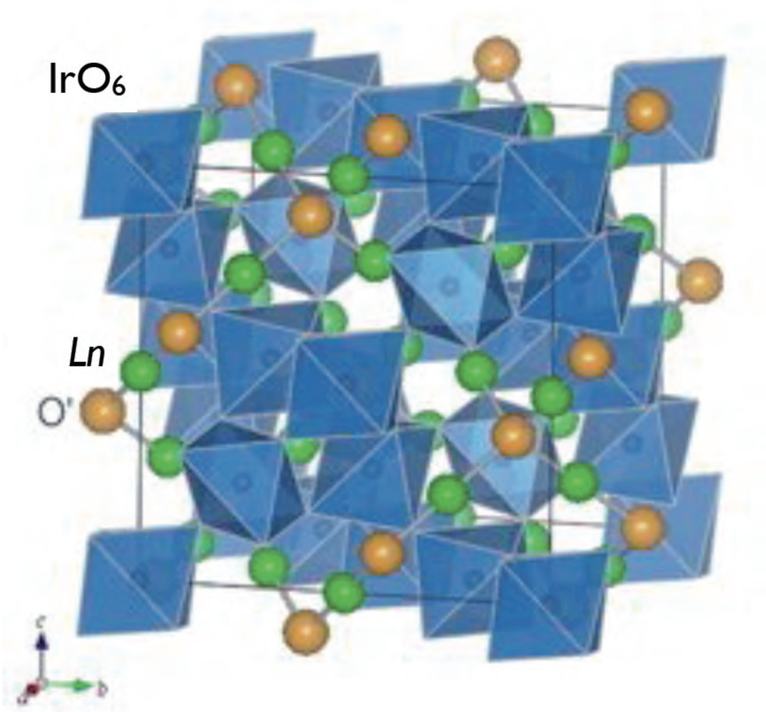


Fig.: Matsuhira (2008)

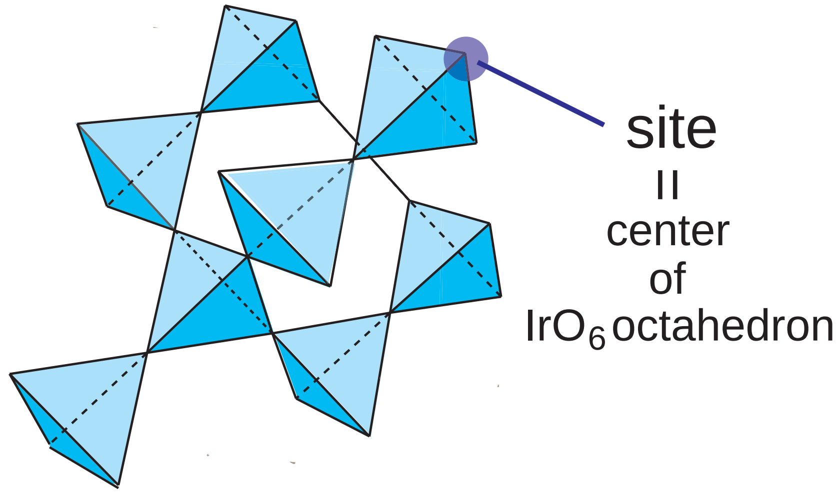
二重パイロクロア構造

A sub.: Pr 局在磁気モーメント

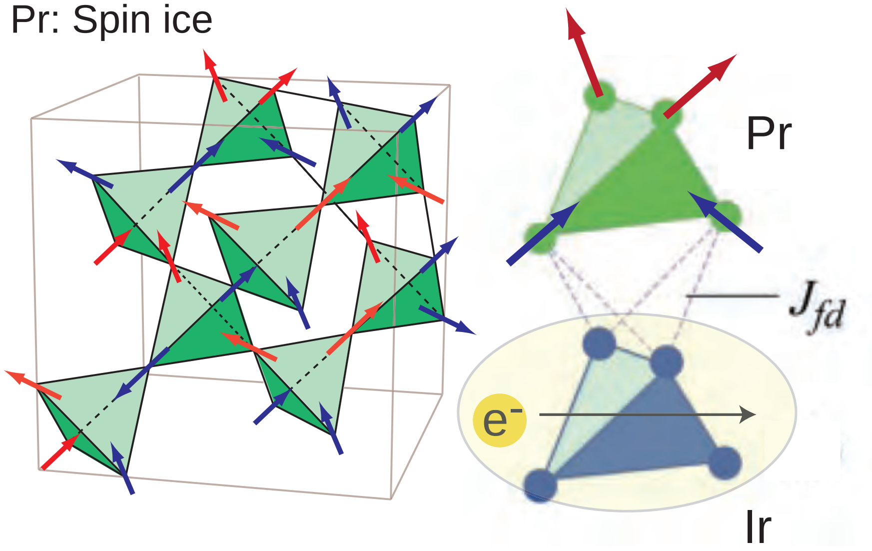
$\Rightarrow$ spin ice

B sub.: Ir 伝導電子系

Ir: Itinerant

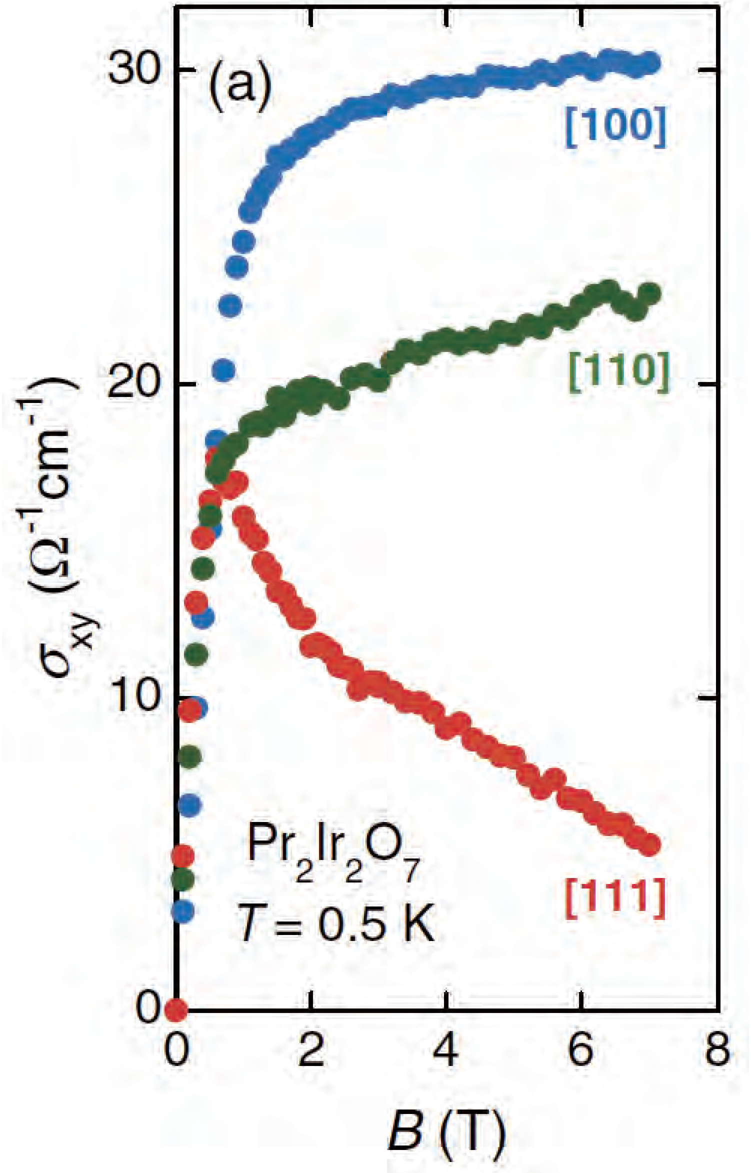


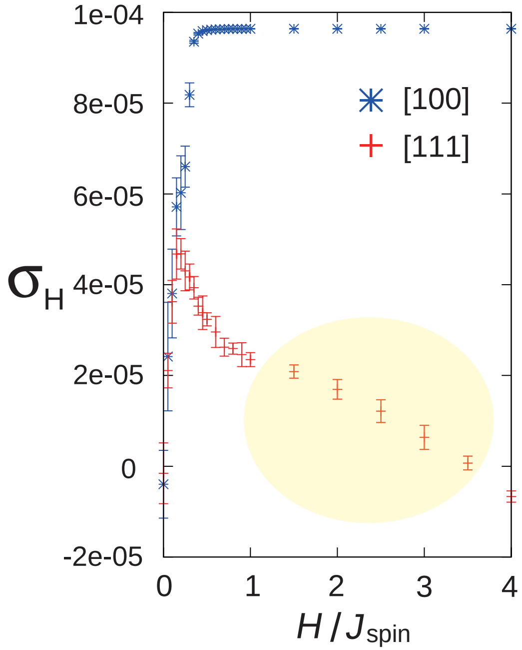
Pr: Spin ice

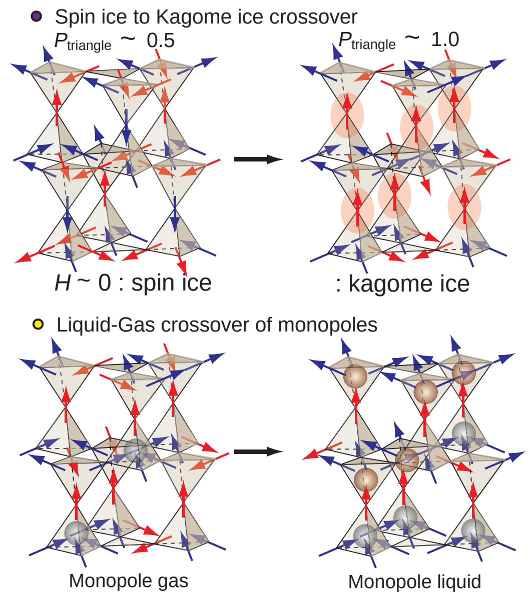


$Pr_2Ir_2O_7$: Hall 伝導度

Anisotropy in σ_{xy} (Machida 2007)







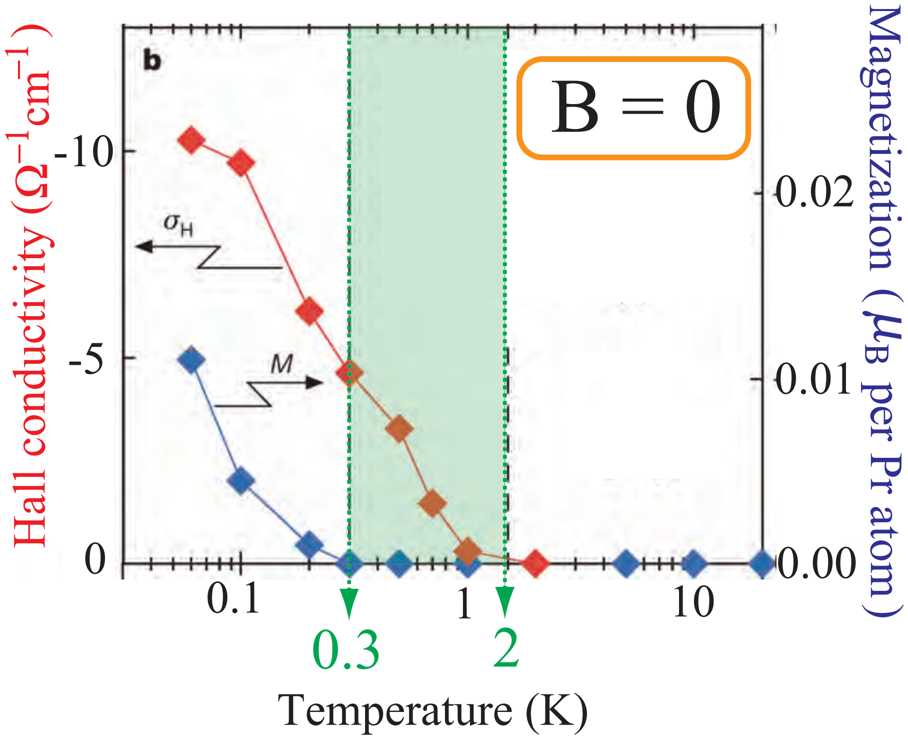
M. U. and R. Moessner (2013).

– Hall 伝導度: σ_{xy}

$J_y = \sigma_{xy} E_x$

– モノポール密度の気液クロスオーバー

$Pr_2Ir_2O_7$: 自発ホール効果



Machida (2010)

自発ホール効果:
– 無磁場下で有限のホール伝導度

$0.3\mathrm{K} < T < 2\mathrm{K}$

磁場 $B \parallel [111]$: 7 Tesla $\Rightarrow$ 0:

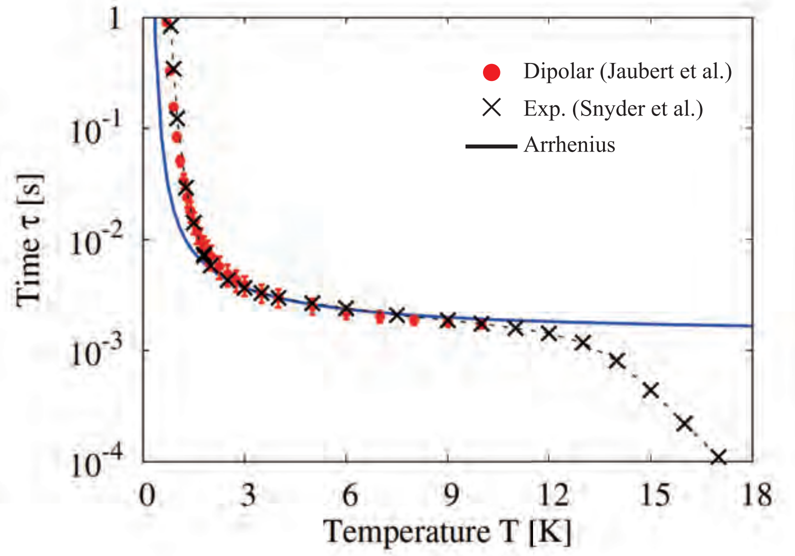
– 磁化の消失 ($M = 0$)

– 磁気秩序を伴わない時間反転対称性の破れ

– 何が対称性の破れを担うか？

双極子スピンアイスの動的特性

緩和時間 (ac 帯磁率) の温度依存性:

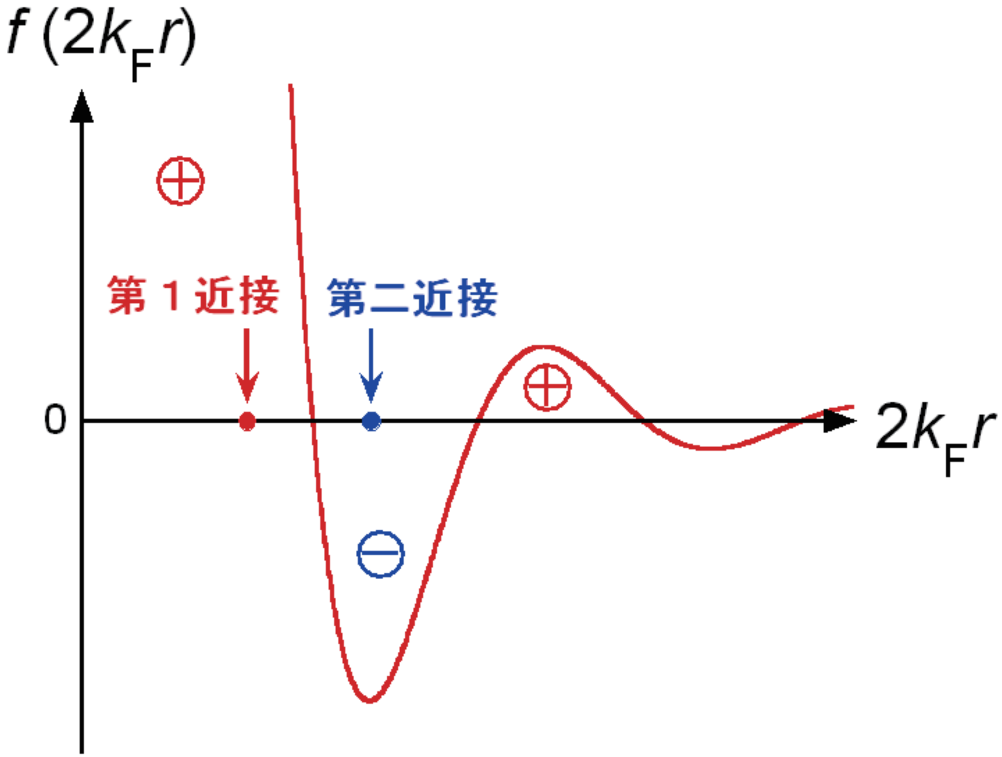


Matsuhira (2004), Snyder (2004), Jaubert (2010)

– 低温での緩和時間の発散

– 遅い緩和を担う励起状態？

伝導系のスピン間有効相互作用: RKKY相互作用



$$f(2k_\mathrm{F}r) = \frac{-2k_\mathrm{F}r\cos(2k_\mathrm{F}r) + \sin(2k_\mathrm{F}r)}{(2k_\mathrm{F}r)^3}$$

– スピン間相互作用は
  (振動的) 長距離力

– 明らかに2-in 2-out を
  安定化しない

伝導電子系でスピンアイスの
ような大きい縮退はあり得るのか？

スピンアイスの安定性

そもそもスピンアイスの縮退は何故保たれるのか？

– $Dy_2Ti_2O_7$, $Ho_2Ti_2O_7$ の場合: 双極子相互作用の長距離成分

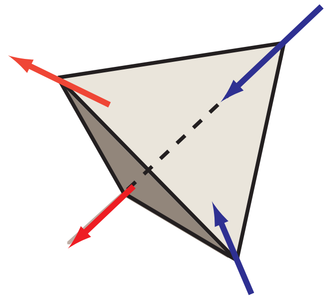
$$\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{i<j}\left[\frac{\mathbf{S}_i\cdot\mathbf{S}_j}{r_{ij}^3}-\frac{3(\mathbf{S}_i\cdot\mathbf{r}_{ij})(\mathbf{S}_j\cdot\mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^5}\right]$$

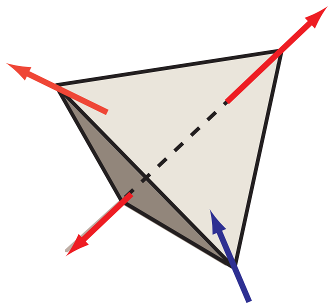
スピンアイスの安定性

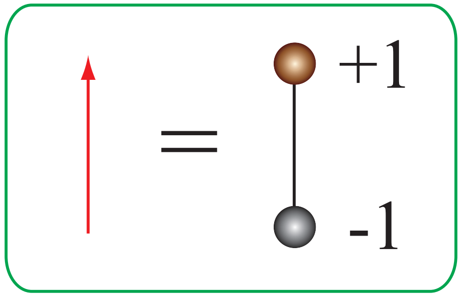
そもそもスピンアイスの縮退は何故保たれるのか？

– $Dy_2Ti_2O_7$, $Ho_2Ti_2O_7$ の場合: 双極子相互作用の長距離成分

$$\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{i<j}\left[\frac{\mathbf{S}_i\cdot\mathbf{S}_j}{r_{ij}^3}-\frac{3(\mathbf{S}_i\cdot\mathbf{r}_{ij})(\mathbf{S}_j\cdot\mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^5}\right]$$





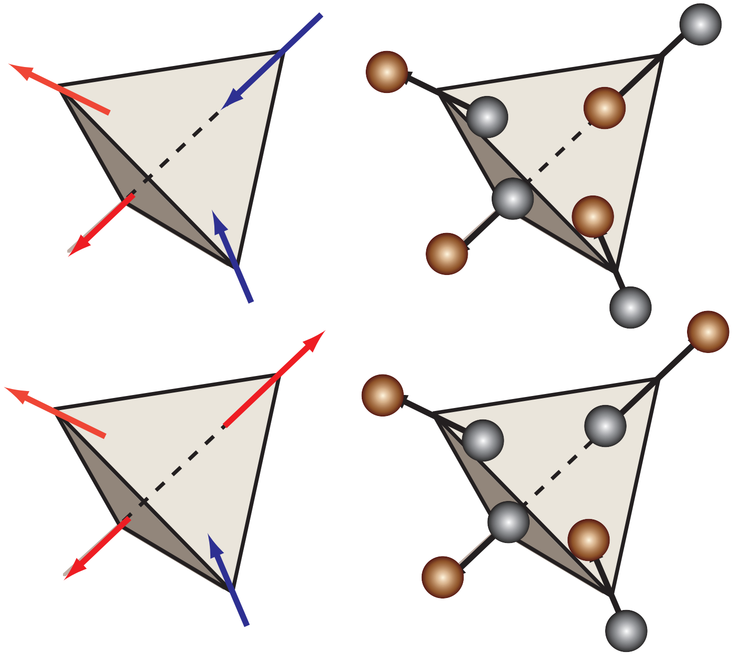


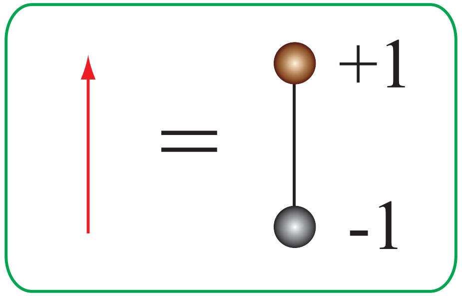
スピンアイスの安定性

そもそもスピンアイスの縮退は何故保たれるのか？

– $Dy_2Ti_2O_7$, $Ho_2Ti_2O_7$ の場合: 双極子相互作用の長距離成分

$$\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{i<j}\left[\frac{\mathbf{S}_i\cdot\mathbf{S}_j}{r_{ij}^3}-\frac{3(\mathbf{S}_i\cdot\mathbf{r}_{ij})(\mathbf{S}_j\cdot\mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^5}\right]$$



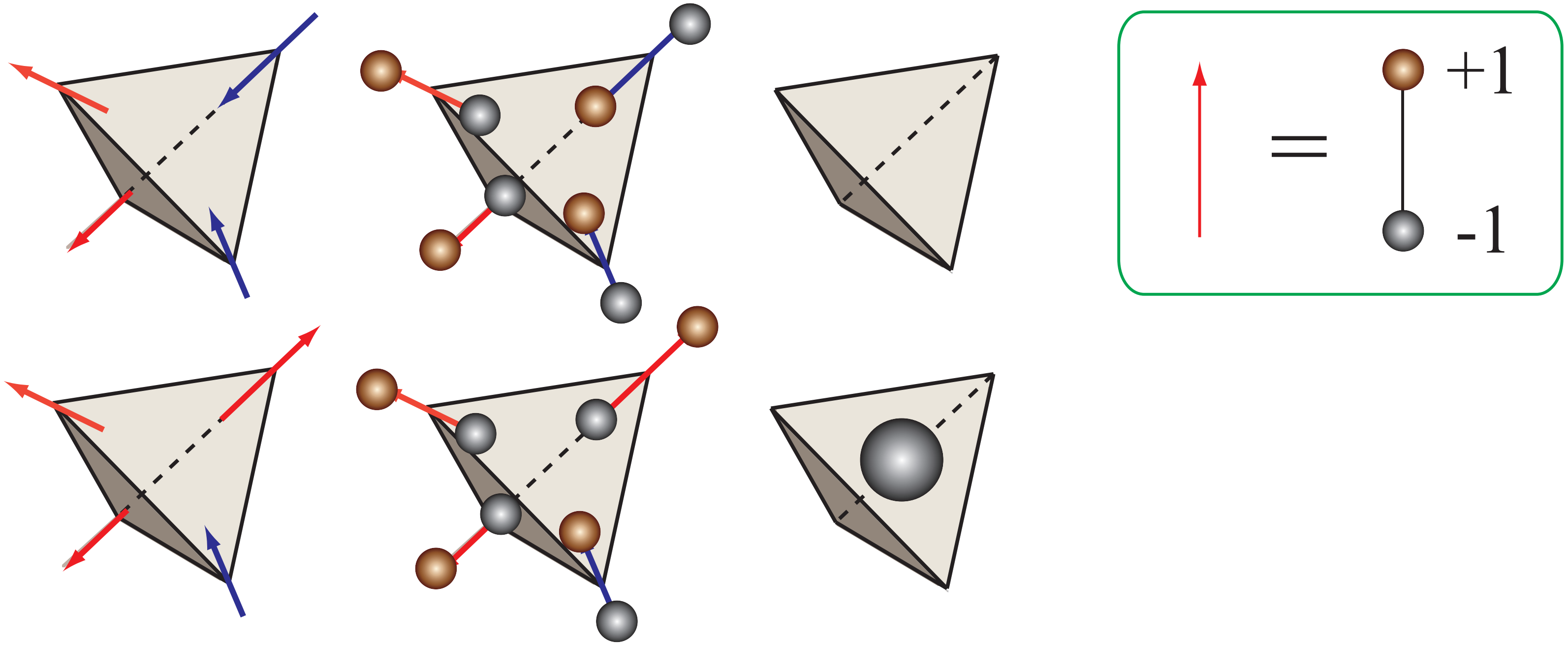


スピンアイスの安定性

そもそもスピンアイスの縮退は何故保たれるのか？

– $Dy_2Ti_2O_7$, $Ho_2Ti_2O_7$ の場合: 双極子相互作用の長距離成分

$$\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{i<j}\left[\frac{\mathbf{S}_i\cdot\mathbf{S}_j}{r_{ij}^3}-\frac{3(\mathbf{S}_i\cdot\mathbf{r}_{ij})(\mathbf{S}_j\cdot\mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^5}\right]$$

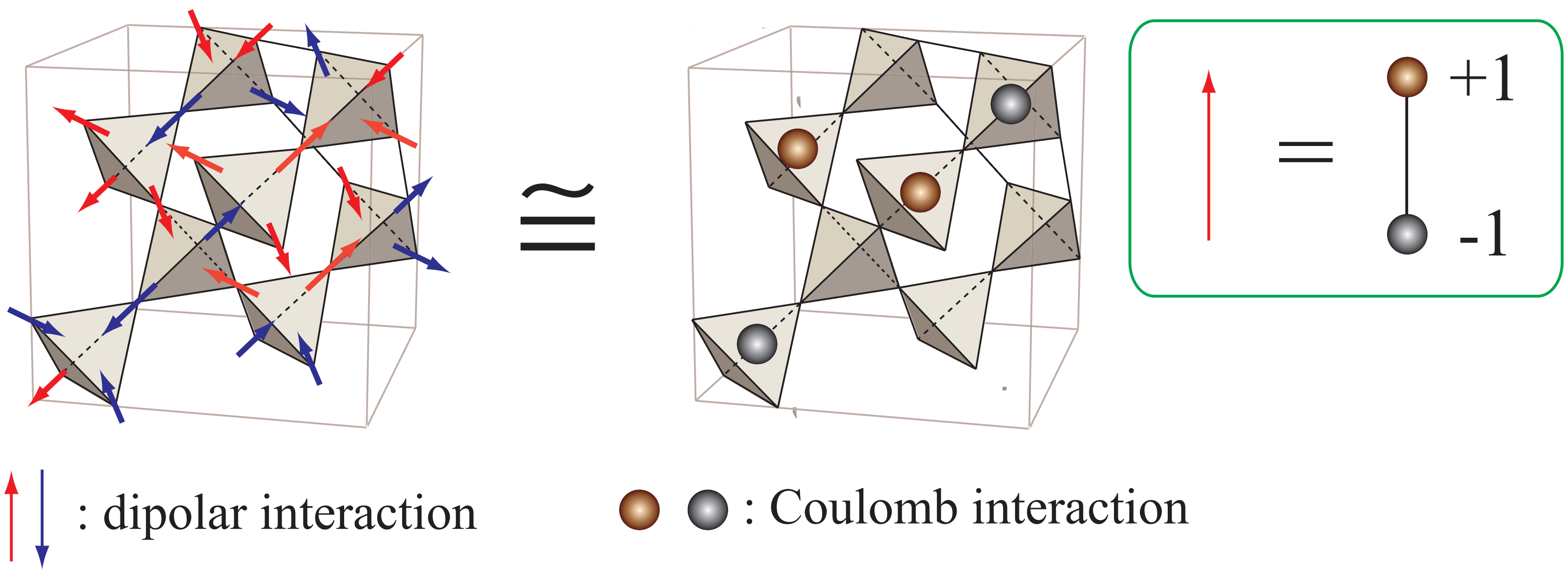


スピンアイスの安定性

そもそもスピンアイスの縮退は何故保たれるのか？

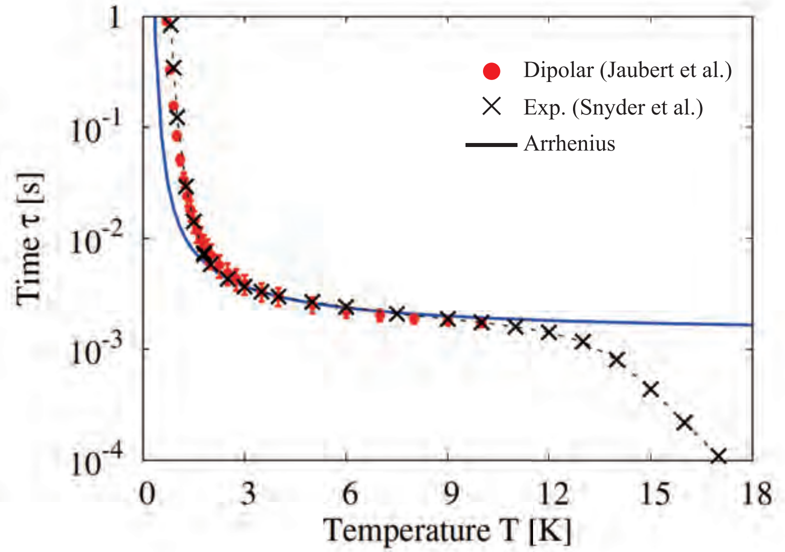
– $Dy_2Ti_2O_7$, $Ho_2Ti_2O_7$ の場合: 双極子相互作用の長距離成分

$$\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{i<j}\left[\frac{\mathbf{S}_i\cdot\mathbf{S}_j}{r_{ij}^3}-\frac{3(\mathbf{S}_i\cdot\mathbf{r}_{ij})(\mathbf{S}_j\cdot\mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^5}\right]\rightarrow-\sum_{i<j}\frac{Q_iQ_j}{r_{ij}}$$



双極子スピンアイスの動的特性: non-contractible pair

緩和時間 (ac 帯磁率) の温度依存性:



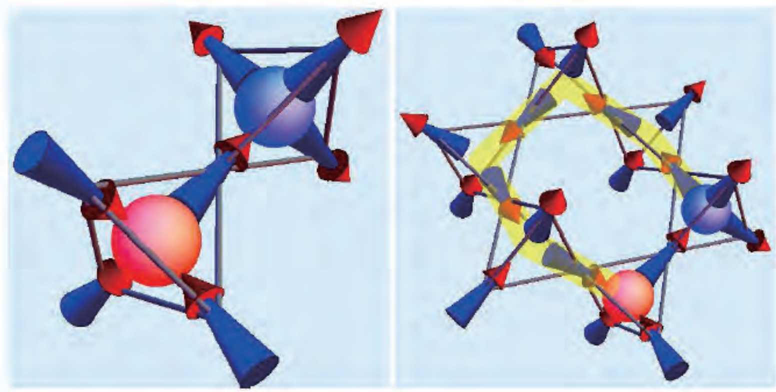
Matsuhira (2004), Snyder (2004), Jaubert (2010)

– 低温での緩和時間の発散

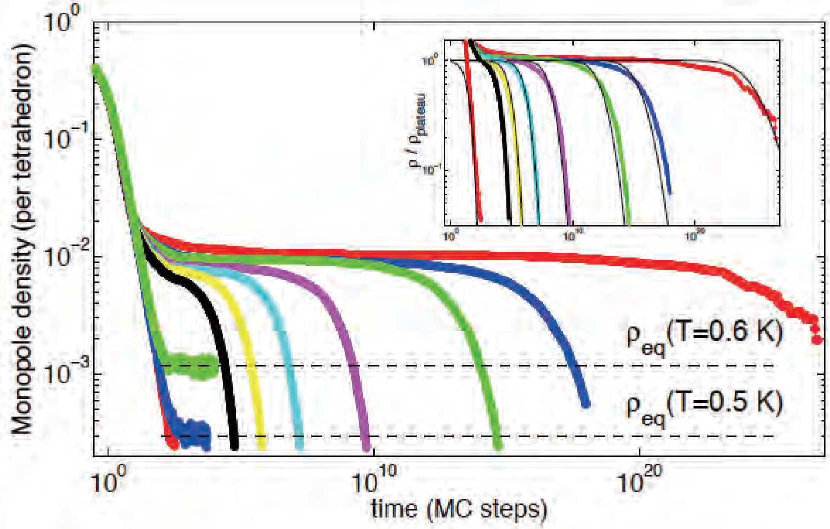
– モノポール対の束縛状態

双極子相互作用 → モノポール間引力

$$\mathcal{H} = \mu \sum_i Q_i^2 - \sum_{i<j} \frac{Q_i Q_j}{r_{ij}}$$



モノポール密度の時間依存性



Castelnovo (2010)

J_1-J_2-J_3 spin ice model

RKKY相互作用:

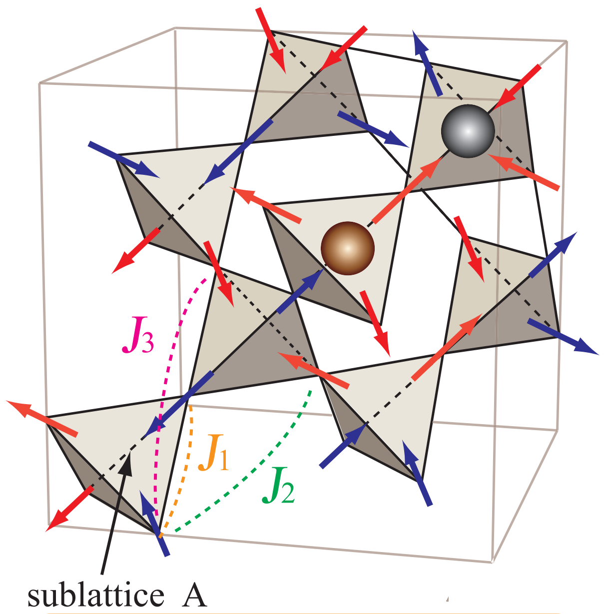
– 長距離力 but fast-decaying: $\propto r^{-3}$

– sign-alternating

$$\mathcal{H} = \tilde{J}_1 \sum_{n.n.} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j + \tilde{J}_2 \sum_{2nd.} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j + \tilde{J}_3 \sum_{3rd.} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j$$

$$= J_1 \sum_{n.n.} \eta_i \eta_j + J_2 \sum_{2nd.} \eta_i \eta_j + J_3 \sum_{3rd.} \eta_i \eta_j$$

$\eta_i = +1(-1)$, for $\mathbf{S}_i$ out (in) for sublattice A

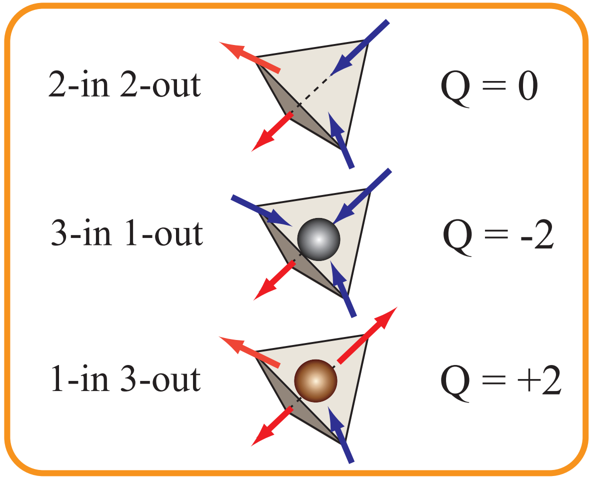


Tetrahedral Charge: Q_p

$$\mathcal{H} = \left(\frac{1}{2} - J\right) \sum_{p} Q_p^2 - J \sum_{\langle p,q \rangle} Q_p Q_q$$

for $J_2 = J_3 = J$

H. Ishizuka & Y. Motome (2013)



古典確率過程によるダイナミクス

– N 個のイジングスピン $\rightarrow M = 2^N$ 状態: $\Omega_1, \cdots \Omega_M$

– 確率微分方程式

$$\frac{d}{dt}P(\Omega_j) = \frac{1}{\tau_0}\sum_{i\neq j}[P(\Omega_i)W(\Omega_i \rightarrow \Omega_j) - P(\Omega_j)W(\Omega_j \rightarrow \Omega_i)]$$

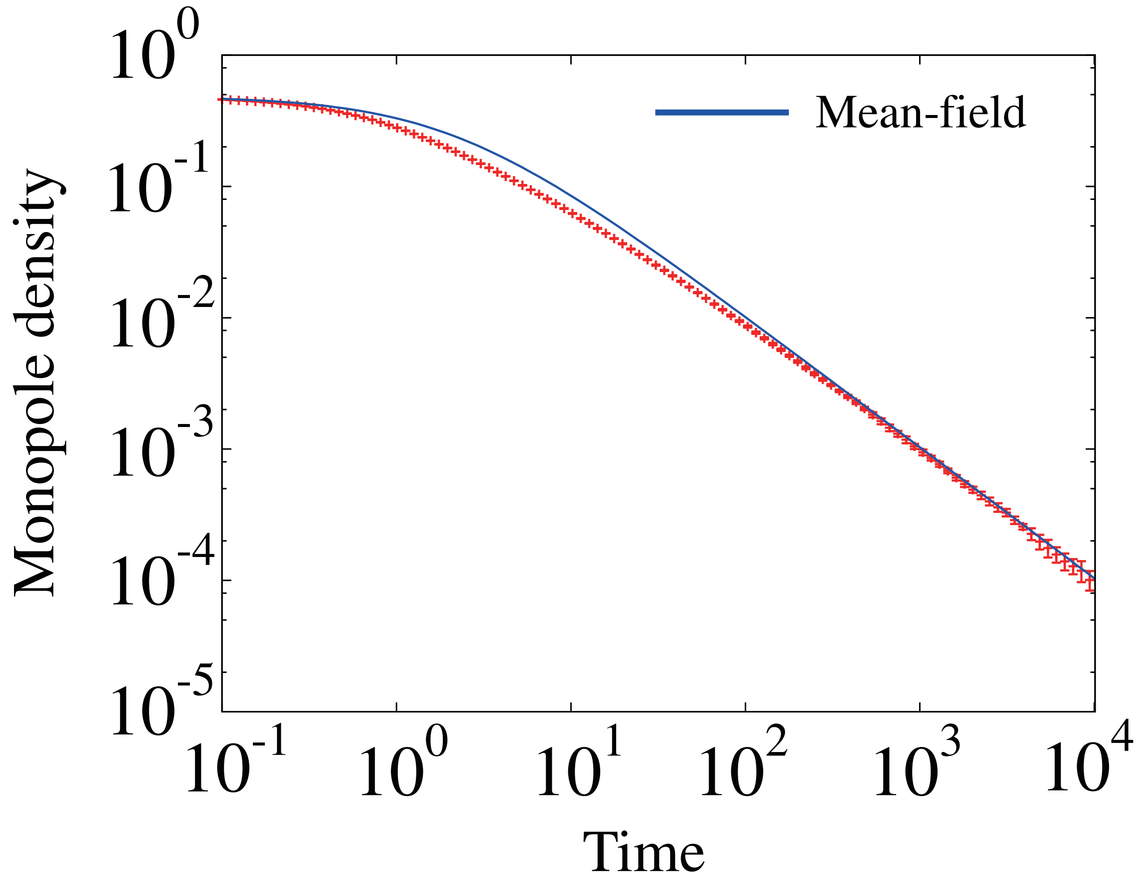
– $W(\Omega_i \rightarrow \Omega_j)$: 単一スピンフリップのみを許す

– Thermal bath 型の確率過程

$$W(\Omega_i \rightarrow \Omega_j) = \frac{\exp(-\beta E(\Omega_j))}{\exp(-\beta E(\Omega_i)) + \exp(-\beta E(\Omega_j))}$$

Results

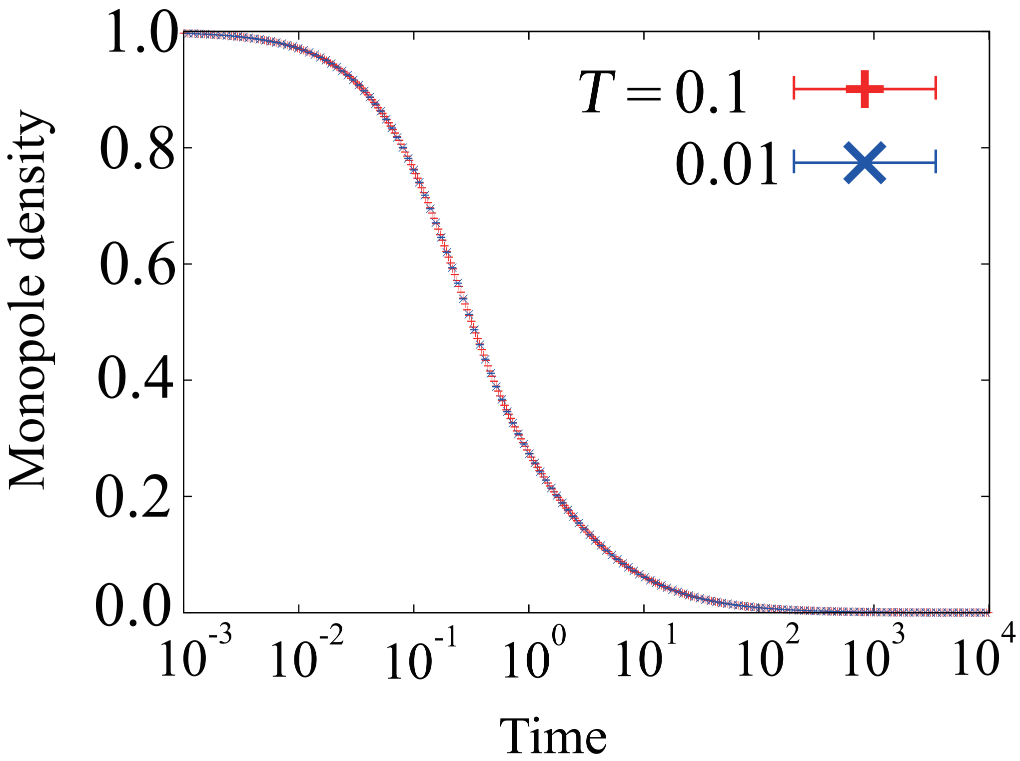
Results: 最隣接スピンアイス ($J_2 = J_3 = 0$): T quench: $T = 10 \to 0$



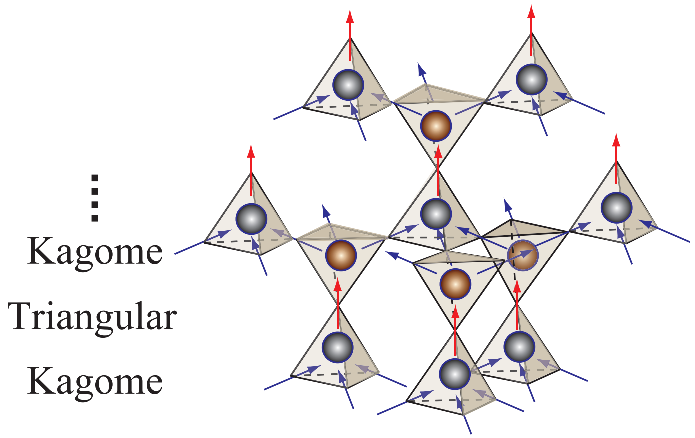
– モノポール密度: $\rho \sim \rho_0/(1 + \frac{3\sqrt{3}}{4} g\rho_0 t)$, with $\rho_0 = 0.4869146729$ ($T = 10$)

$c.f.$ mean-field model: $\frac{d}{dt}n_+ = \frac{d}{dt}n_- = -\lambda n_+ n_-$ Castelnovo (2010)

Results: 最隣接スピンアイス ($J_2 = J_3 = 0$): H quench: $H = 100 \to 0 \parallel [111]$

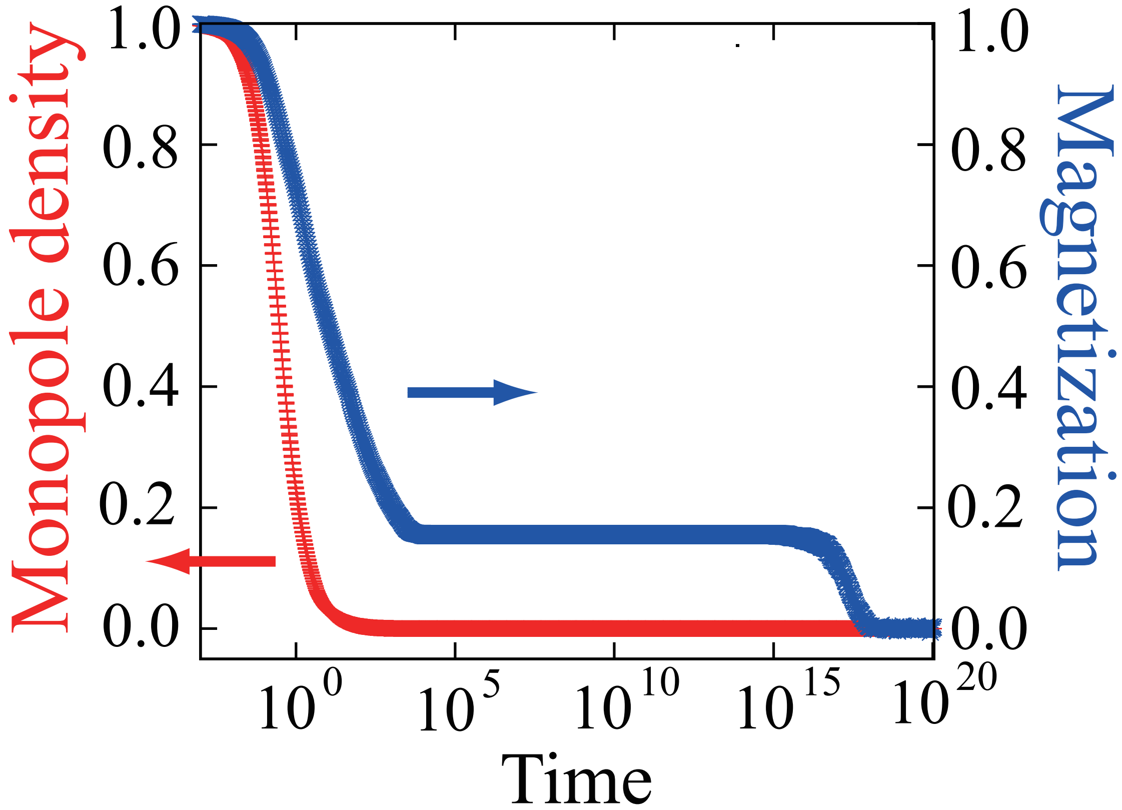


Initial state



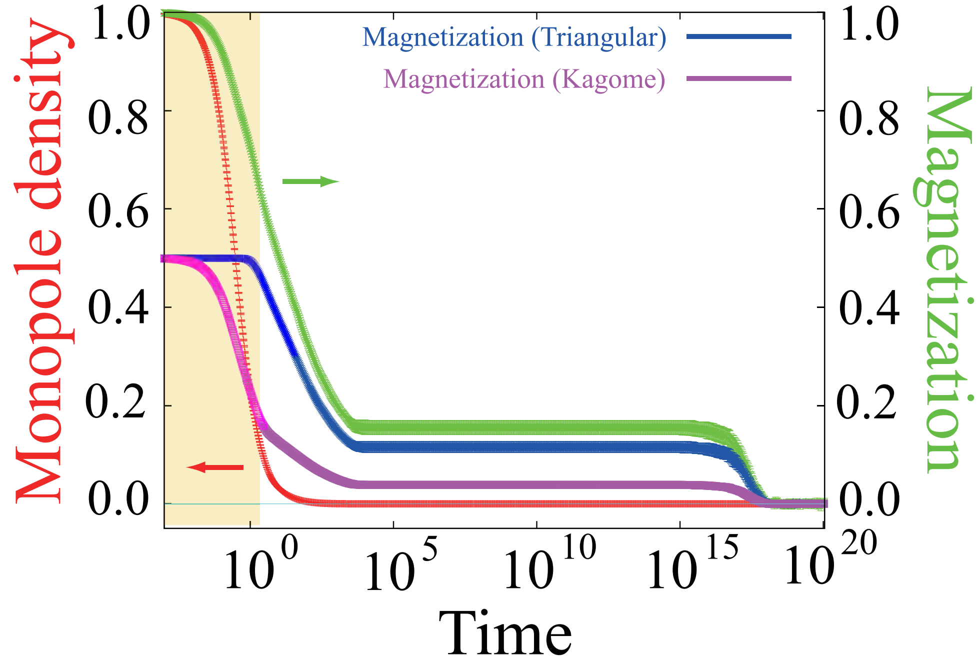
- 単調な緩和曲線
- 特徴的な時間スケールは存在しない

Results: $J_1 - J_2 - J_3$ model, $(J_2 = J_3 = -0.1,\ T = 0.10)$: H quench



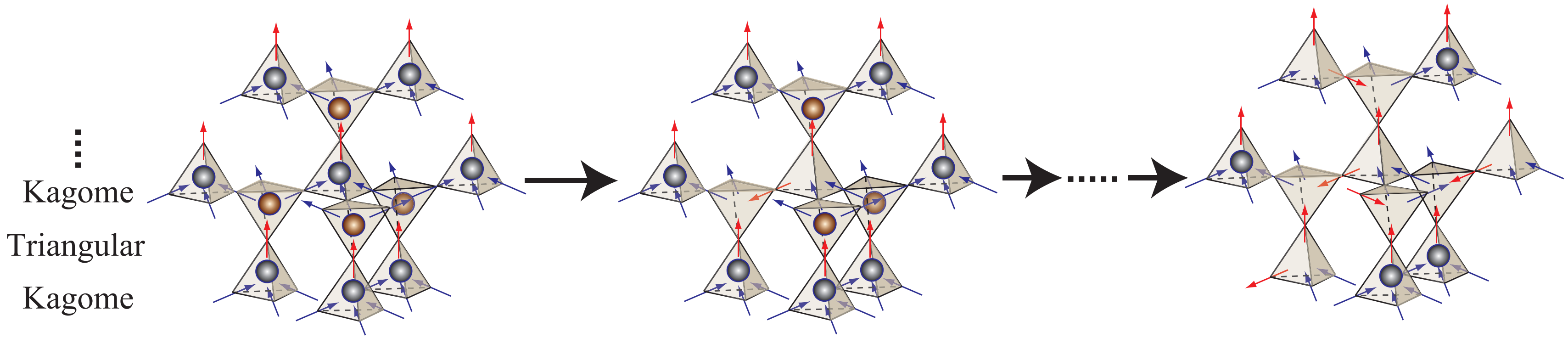
– モノポール励起間の短距離相互作用
– モノポール密度自身は速い緩和。広い磁化プラトー領域

Results: $J_1 - J_2 - J_3$ model, $J = -0.10, T = 0.10$

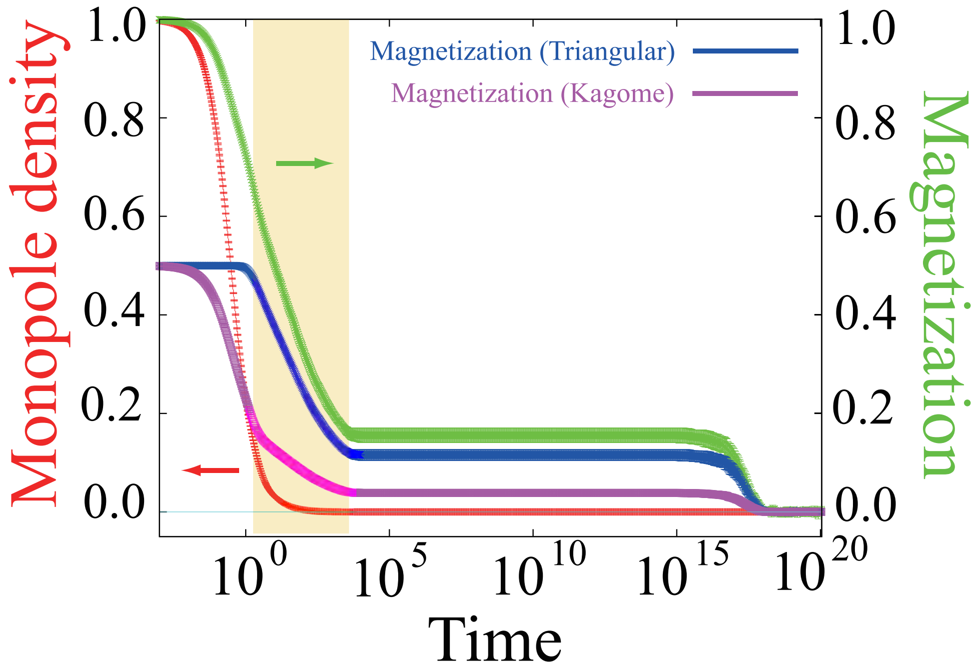


$$\mathcal{H} = \left(\frac{1}{2} + |J|\right) \sum_p Q_p^2 + |J| \sum_{\langle p,q \rangle} Q_p Q_q$$

カゴメ面での対消滅

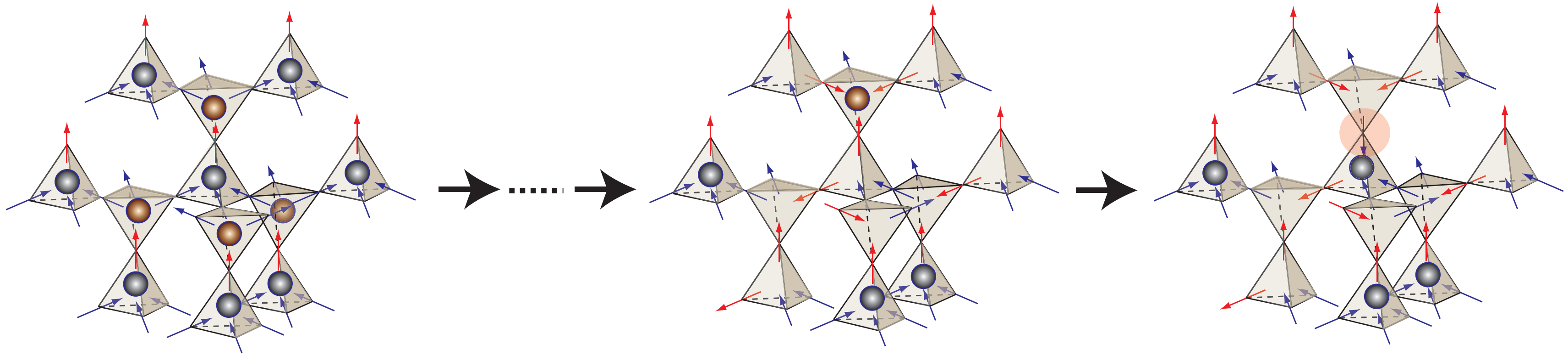


Results: $J_1 - J_2 - J_3$ model, $J = -0.10, T = 0.10$

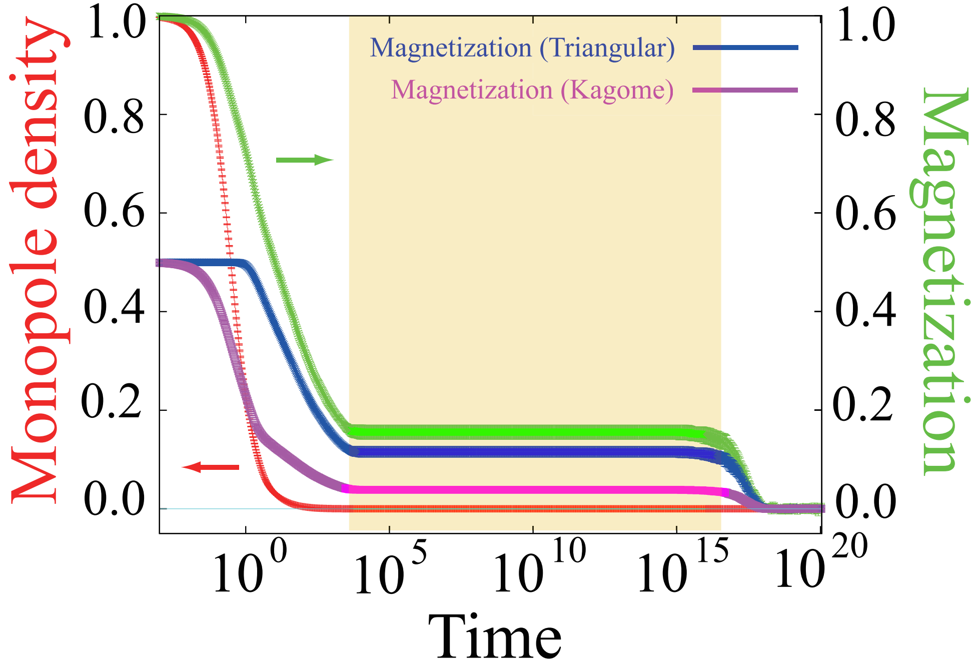


$$\mathcal{H} = \left(\frac{1}{2} + |J|\right) \sum_p Q_p^2 + |J| \sum_{\langle p,q \rangle} Q_p Q_q$$

カゴメ-三角面間のトンネル



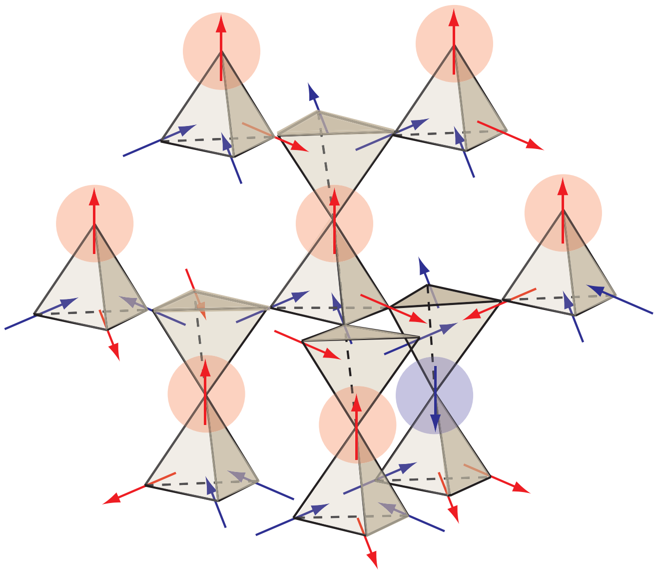
Results: $J_1 - J_2 - J_3$ model, $J = -0.10, T = 0.10$



$$\mathcal{H} = \left(\frac{1}{2} + |J|\right) \sum_p Q_p^2 + |J| \sum_{\langle p,q \rangle} Q_p Q_q$$

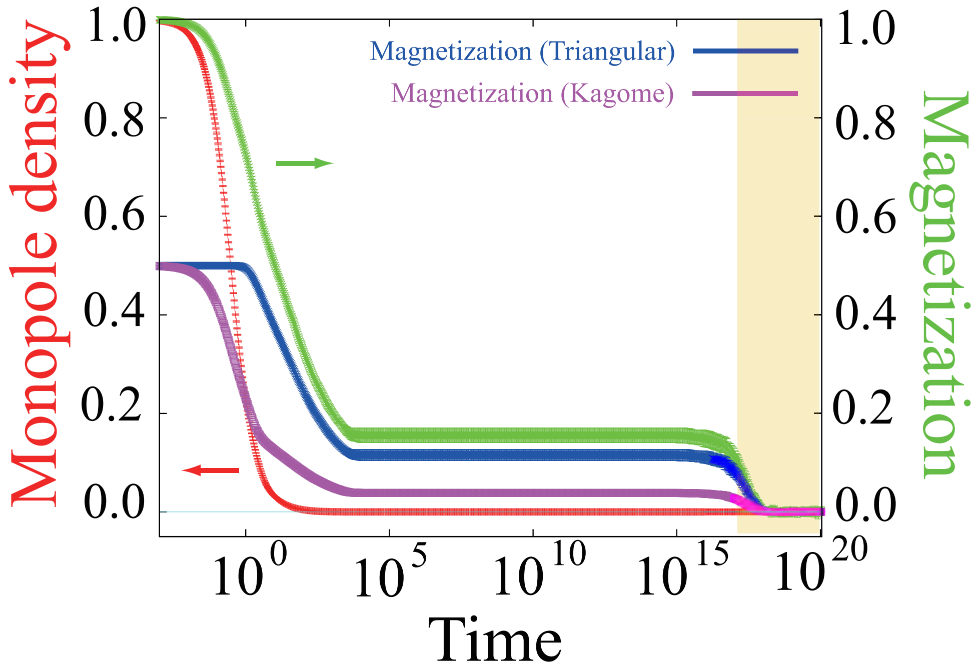
– 磁化 “プラトー”

– モノポールの “Exhaustion problem”



三角面のスピンを flip 仕切る前に
モノポールが完全に消滅する。

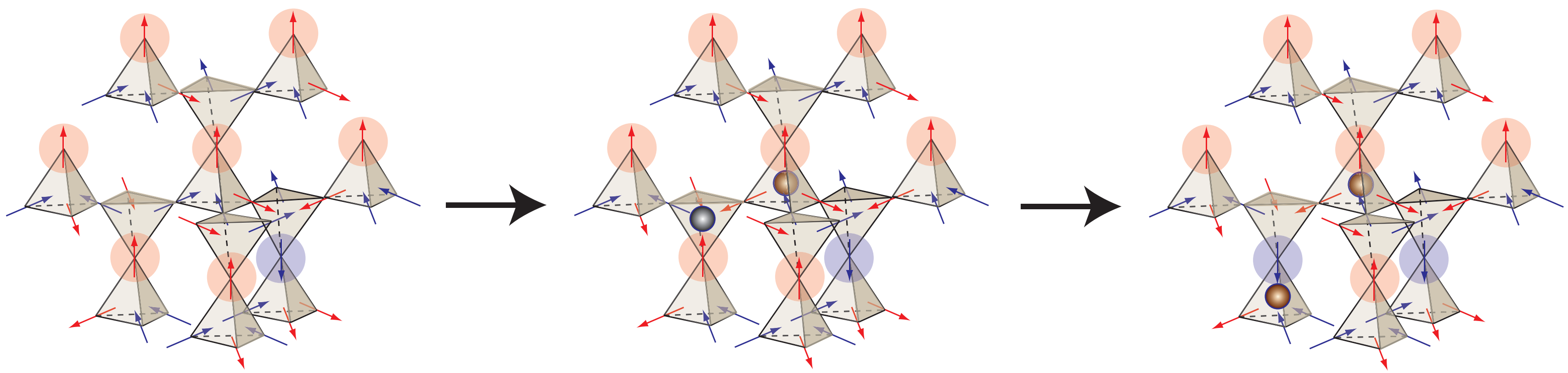
Results: $J_1 - J_2 - J_3$ model, $J = -0.10, T = 0.10$



$$\mathcal{H} = \left(\frac{1}{2} + |J|\right) \sum_p Q_p^2 + |J| \sum_{\langle p,q \rangle} Q_p Q_q$$

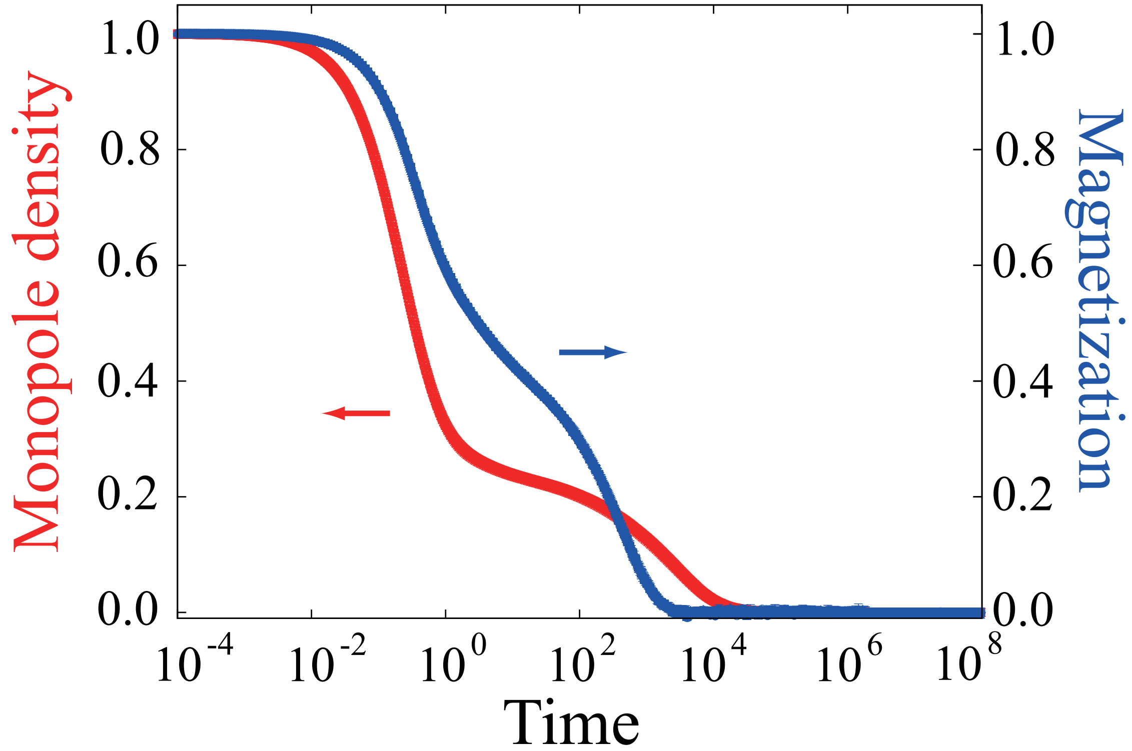
- 磁化 $\rightarrow 0$
- モノポールの対生成

$\rightarrow$ $J < 0$ではモノポールが磁化よりも早く消滅



Results: $J_1 - J_2 - J_3$ model, $J > 0$: H quench

$(J_2 = J_3 = J = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20,\ J/T = 0.125)$

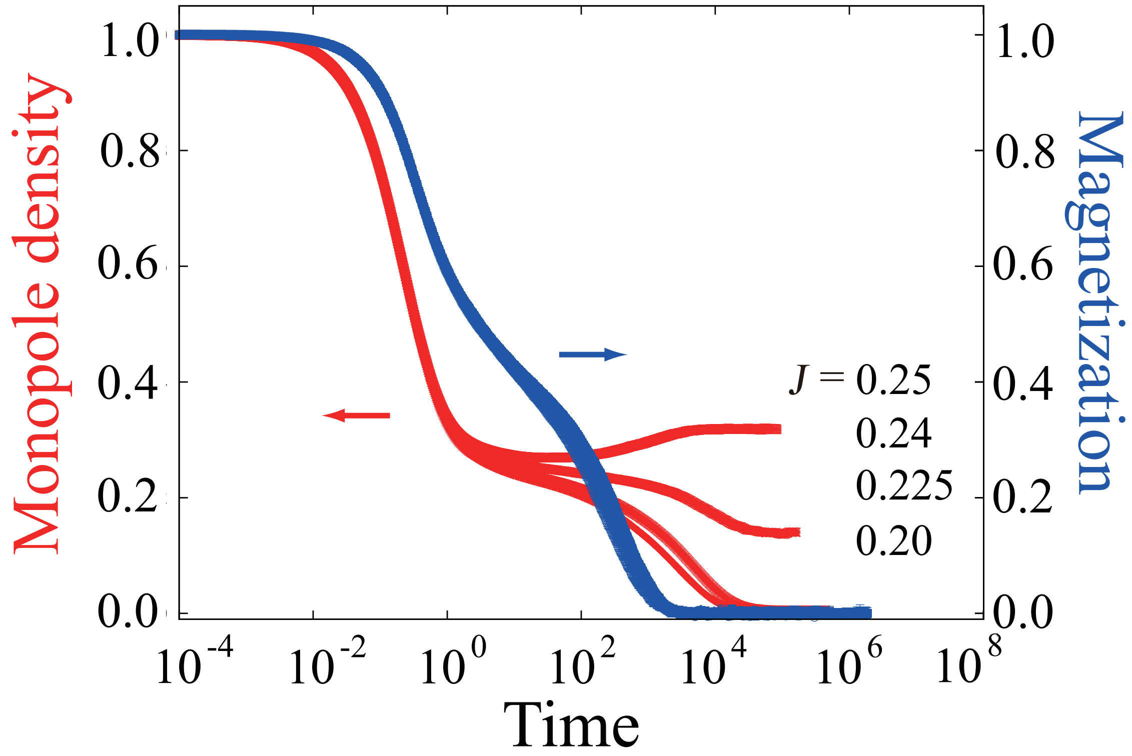


– J/T の1パラメータスケーリング

– 磁化に比べてモノポール密度が遅い緩和を示す

Results: $J_1 - J_2 - J_3$ model, $J > 0$: H quench

$(J_2 = J_3 = J \sim 0.25,\ J/T = 0.125)$



– 1パラメータスケーリングの破れ

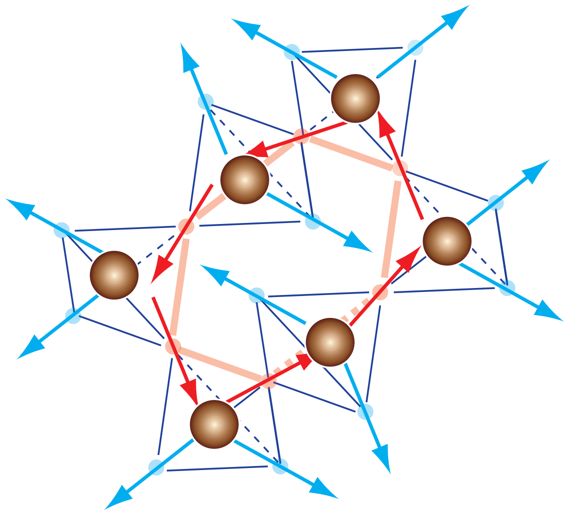
– モノポール密度の増大

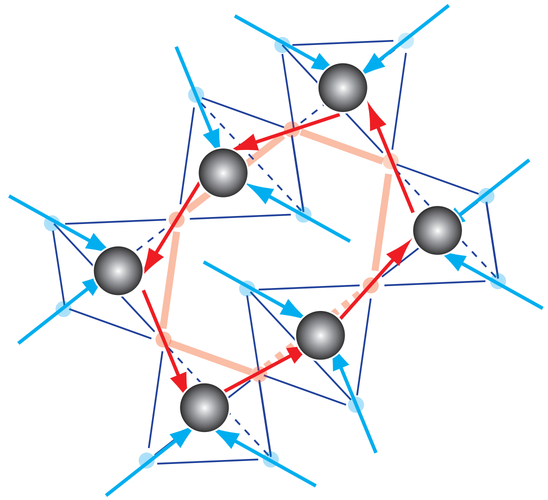
Results: $J_1 - J_2 - J_3$ model, $J_2 = J_3 = J > 0$: H quench

$$\mathcal{H} = \left(\frac{1}{2} - J\right) \sum_p Q_p^2 - J \sum_{\langle p,q \rangle} Q_p Q_q$$

@$J = 1/4$

$$\mathcal{H} = \frac{1}{4} \sum_p Q_p^2 - \frac{1}{4} \sum_{\langle p,q \rangle} Q_p Q_q$$

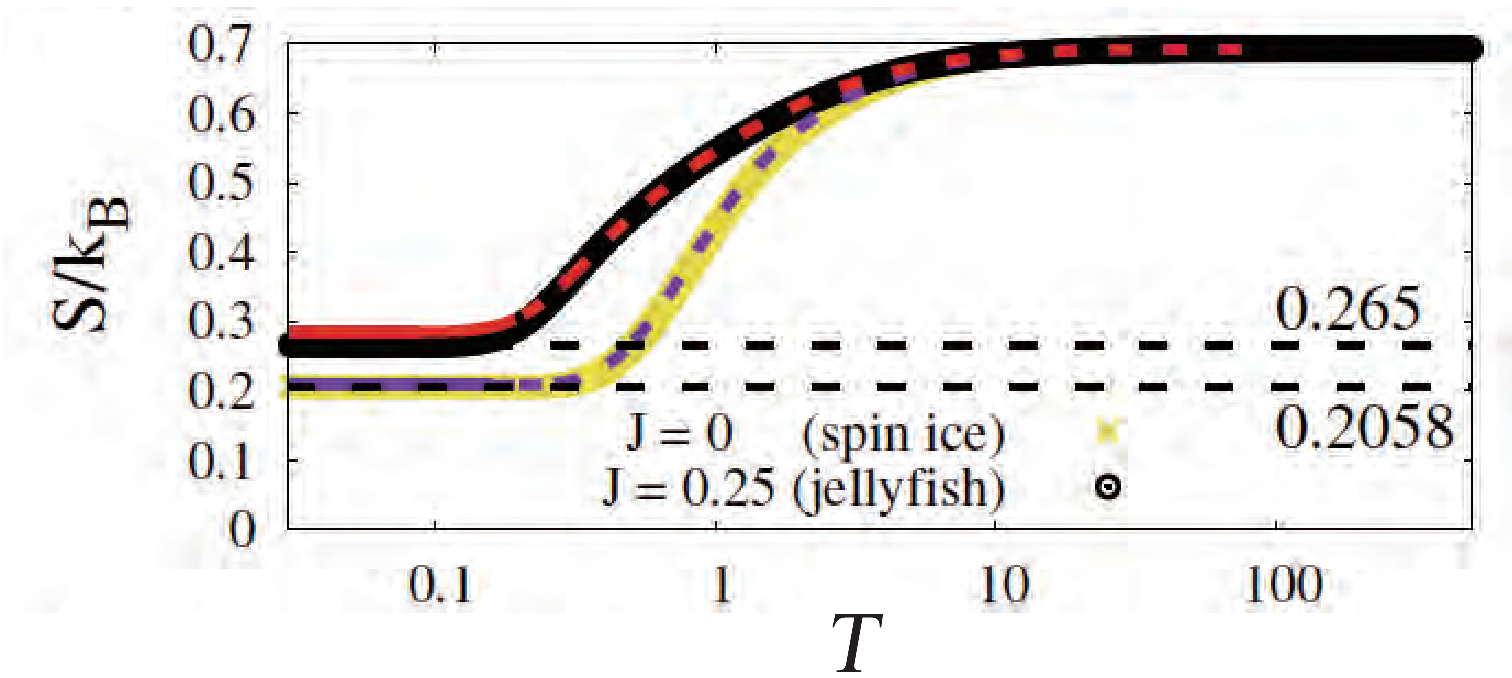




- 同符号電荷間の引力
- モノポールの励起エネルギー＝引力
- モノポールリング: 運動学的安定性
- カイラル自由度
  $\to$ 時間反転対称性の破れを記憶

Results: Experimental Implication

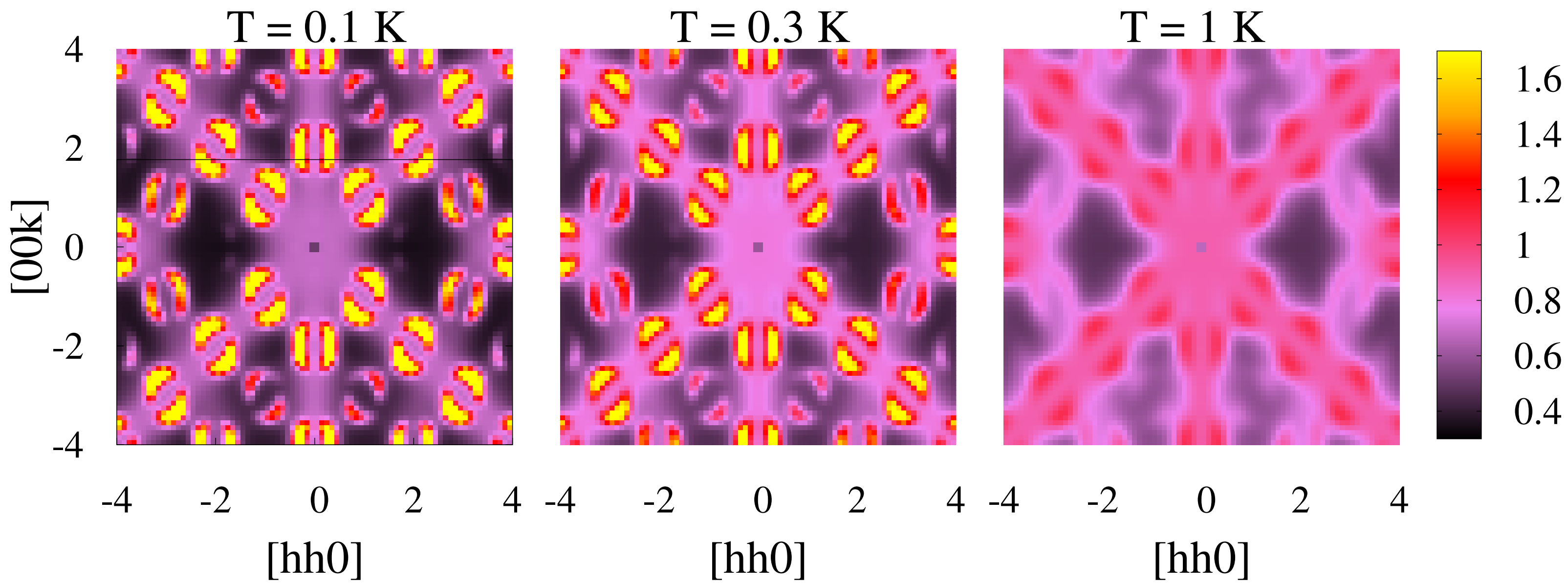
– 残留エントロピーの増大



– モノポールリングのソフト化により基底状態の縮退度が増加

– How to estimate ?

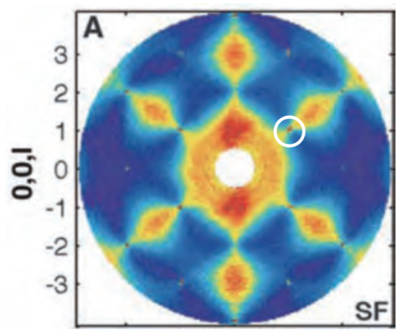
Results: Experimental Implication – 磁気構造因子の「半月」型構造



$$\langle B_\mu(0)B_\nu(\mathbf{r})\rangle = \frac{1}{4\pi K}\frac{3x_\mu x_\nu - |\mathbf{r}|^2\delta_{\mu\nu}}{|\mathbf{r}|^5}$$

$$\rightarrow S_{\mu\nu}(\mathbf{q}) \propto \frac{1}{K}\left(\delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{|\mathbf{q}|^2}\right)$$

pinch point



Summary:

幾何学的フラストレーション系の特徴

– 基底状態の大規模縮退と残留エントロピー

– トポロジカル秩序と分数励起

伝導スピンアイス系への応用

– $J_1 - J_2 - J_3$スピンアイスモデルにおけるダイナミクスの解析

– カイラル自由度を持つモノポールリングの形成

$\rightarrow$ モノポールリングの選択的緩和による自発ホール効果の可能性

– 残留エントロピーの増大、磁気構造因子における半月型構造