

推論エンジンをベースとした 経営数学教授法とそのアンケート評価

白田 由香利[†]

筆者の経営数学の講義では、学生に推論エンジンをシミュレーションさせる教授法「推論エンジンシミュレーション法(Inference Engine Simulating Method)」を行っている。本方法においては、学生にまず2種類のルール・データベースを頭の中に構築してもらう。ひとつは数学公式をルールとする、数学ルール・データベースである。もうひとつは、経済・経営に関するルール・データベースであり、経済・経営に関するセオリーがルールとして蓄積されている。経営に関する文章題が与えられた場合、推論エンジンシミュレーション法では、第一に、文中の重要キーワードを探し、そのキーワードを使って、2種類のルール・データベースを検索し、関連するルールを収集する。そして、そのルールの集合に対して、演繹推論を行い、文章題で与えられたデータと、未知数との間の関係を求めていく。本稿では、筆者の経営数学Iの講義においてこの推論エンジンシミュレーション法を用いた結果、学生の学習効果がどれほど向上したかをアンケートにより調査する。

Inference Engine Based Instruction Method for Business Mathematics and its Questionnaires Results

Yukari Shiota

In my business mathematics class, I conduct my original heuristics titled "Inference Engine Simulating Method" so that students can solve mathematics problems by simulating the inference engine system. In the method, the students in advance have to construct two kinds of rule databases in their heads; one is a mathematics rule database where mathematics formulas are stored and another is an economics rule database where economics theories are stored. Given a mathematics word problem, the students will firstly find the most important keyword among the words. Then with the keyword, they will retrieve the rule databases to collect the related rules. Secondly, the students conduct the deductive reasoning on the rules to find the relationship between the given data in the problem words and the unknown. In my business mathematics lectures, I have used this Inference Engine Based Instruction Method. To analyze the effects of this method, I conducted the questionnaires in my class. The results will be shown in the paper.

[†] 学習院大学 経済学部経営学科
Gakushuin University, Department of Management
Faculty of Economics

1. はじめに

本稿では、筆者が創案した推論エンジンシミュレーション法という経済・経営数学問題教授法について説明する。筆者の経営数学の講義では、演繹推論のトレーニングを重視し、演繹推論による問題解決を実践している。推論エンジンシミュレーション法とは、演繹推論による問題解決アプローチを学生に強く意識させて、演繹推論の習慣づけをさせるために筆者が創案した数学教授法である。

推論エンジン・システムに経済数学の文章題を解かせる場合を考えよう。文章題の例を以下にあげる。

ある企業の需要関数が以下の式で与えられている。

$$Q + P = 5000$$

費用関数が以下の式であるとき、利潤を最大化する生産量を求めよ。

$$C = Q^2 + 1000Q + 500$$

推論を行わせるためには、まず、経済ルール・データベース、と、数学ルール・知識データベースの両方を構築する必要がある。そして、そのデータベースの中に、知識をルールとして、蓄積する。ここまでが準備である。経営数学問題が与えられたとき、文章題の中のキーワードを検索キーワードとして、その2種類のデータベースに検索をかける。たとえば、「最大値を求める」というキーワードで検索をかける。検索して求めたルールに対して、演繹推論を行うことで、現在の文章題で与えられているデータと未知数の関係を求める。

この方法は、推論エンジン・システムだけでなく、人間にも適応可能であり、経営数学を苦手とする初学者に問題解決をさせる際に有効な方策である。本論文では、筆者の実践する推論エンジンシミュレーション法を説明し、この方法の経営数学の学習法としての有効性をアンケートにより調査する。

次節では、経営数学の講義における演繹推論について論じる。第3節では、筆者の提案する推論エンジンシミュレーション法を説明し、第4節では、学生へアンケートを行った結果を報告した後、推論エンジンシミュレーション法の数学教授法としての有効性を論じる。第5節はまとめである。

2. 演繹推論を重視した経済数学教授法

本節では、筆者の経営数学の講義の特長である、演繹推論を重要視した教授法について簡単に説明する。講義の科目名は経営数学1であるが、内容的には国民所得決定問題、需要と供給の分析などを講義する。

初めに一般的な推論について少し述べる。人間は賢く行動するが、人間の行っている「賢い」行動は、知っている多くの事実（知識）を組み合わせて、あるいは加工する（推論）ことに基づいて行われている^[1]。

人間が数学を解く場面を考えてみると、「数学問題を解くという行動は、既にデータベースに蓄えられている知識（ルール）を組み合わせ、あるいは推論することに基づいて行われる」と解釈できる。ここでいうデータベースとは、知識データベースあるいはルール・データベースと呼ばれる種類のものである。ルール・データベースには、知識がルールとして記述され、蓄積されている。

数学問題を解くために、どのような種類のルール・データベースが必要か考えてみる。数学問題が対象であるので、数学ルール・データベースは必須である。そして問題分野ごとに異なる専門分野の知識が必要であるので、経済数学であれば、経済ルール・データベースが必要となり、物理数学では、物理ルール・データベースが必要になる。このように数学公式と経済のルール・データベースを明確に分離することにより、学生の頭の中の知識の整理が容易になると筆者は考える。

筆者の経営数学で使う推論とは、演繹的推論である。演繹的推論（deductive inferenceあるいはdeductive reasoning）とは、一般的に成り立っている事柄から、個別的な情報を導き出す推論で、この結果は必然的に、すなわち、常に成立する^[2]。この他、帰納的推論（inductive reasoning）がよく知られているが、帰納的推論では、個別的に成り立っている関連する多くの情報から、これらを包含する一般的な情報を導く。この結果は多くの場合成立するが、必ず成立するという保証はない^[2]。筆者の経営数学の範囲は、国民所得決定問題のような連立方程式を解く問題から、制約付き2変数関数の最適化問題までである。証明問題はなく全て解を求めるタイプの問題である。よって問題解決に必要な推論は演繹推論のみで間に合う。

筆者の経営数学の講義では、論理的に考えるスキルを習得させることを授業の目的としている。論理的に考えるスキルは万人に必要なものである。たとえ学生が、自分の人生には微分などは必要ではないと考えたとしても、経営数学を履修する意義はある。

その論理的思考の中心は、上述したように演繹推論である。もちろん数学は演繹推論だけではなく、各種の推論能力を養う科目である。数学における推論能力の重要性については多くの数学者が研究している^[3]。学生によっては、数個の問題から一般的な解法を発見するという高度な学習を行うかもしれない。しかし多くの学生は、経済数学の文章題が苦手であり、与えられた問題を解くことで手いっぱいである。

その理由として、以下が考えられる。

- (1) 文章を読解する力不足のため、与えられたデータおよび未知数を理解できていない。
- (2) 基礎的な数学的公式を理解していない。
- (3) 数学的解法プロセスを理解していない。
- (4) 経済知識の不足により、変数の間の関連が付けられない。
- (5) 問題解決に必要な知識が数学知識なのか、経済知識なのか判別できていない。

演繹推論帰納をもったデータベースを演繹データベースと呼ぶ^[4]。筆者は授業で、経済数学の文章題が解けずに悩んでいる学生を見て、演繹推論システムが行うように、機械的に解く方法を学生に習得させれば、効率よく問題が解けるようになるのではないかと考えた。

演繹推論システムは、述語論理形式で記述されたルールだけを用いて、未知数にむかって演繹推論を繰り返すだけである。ルール・データベースに記述されている以上に、深くそのセオリーや概念を理解しているわけではない。そうであれば、学生がたとえセオリーや概念を理解

していなくても、傍らに公式集とルール集さえあれば、機械的な演繹推論を行うだけで、問題解決に至ることが可能になるであろう、と考えた。これが推論エンジンシミュレーション法の発端である。機械的な問題解決の経験を増やしていくことにより、次第に問題の理解も進むと考える。

本シミュレーション法を考えるにあたっては、経済数学問題解決のための推論システムを構築した経験が大いに参考となった。^{[5][6]}

3. 推論エンジンシミュレーション法

本節では、推論エンジンシミュレーション法を説明する。

まず、推論エンジンシミュレーション法を学生に指導する場合、どのように指導するかについて説明する。言葉がけとして表現すると以下のようなになる。

1. 頭の中に2種類のルール・データベースを構築しましょう。基本的なルールは記憶しましょう。
2. 文章題を見たら、「与えられたデータ」および「未知数」をノートに書き出しましょう。
3. 未知数を求めるために、重要なキーワードを探しましょう。そのキーワードで2種類のルール・データベースに検索をかけましょう。
4. ルールは文章で与えられている場合もあります。
5. 必要なルールが集められたら、そのルールに対して演繹推論を行い、与えられたデータと未知数の間の関係を求めましょう。
6. その関係を表している方程式、あるいは連立方程式を解くことで解が求まります。

図1に最適化問題における演繹推論の例を示した。図1の問題では、演繹推論を行い、利潤を生産量 Q の関数として表した後、その (Q) に対して数学ルール「1変数関数の極大値を求める」を適応する。そして未知数である Q を求める。

推論による問題解決アプローチを効果的に学生に実践させるために考案した方法が本稿で述べる「推論エンジンシミュレーション法 (Inference Engine Simulating Method)」である。推論エンジンシミュレーション法の概要は以下の通りである：

学生にまず2種類のルール・データベースを頭の中に構築してもらおう。ひとつは数学ルール・データベースであり、数学の公式がルールである。第2番目は経済・経営に関するルール・データベースであり、経済・経営に関するセオリーがルールとして格納される。

経営に関する文章題が与えられた場合、文中の重要キーワードを探し、そのキーワードを使って、2種類のルール・データベースを検索し、関連するルールを収集する。そして、そのルールの集合に対して、演繹推論を行い、文章題で与えられたデータと、未知数との間の関係を求めていく。

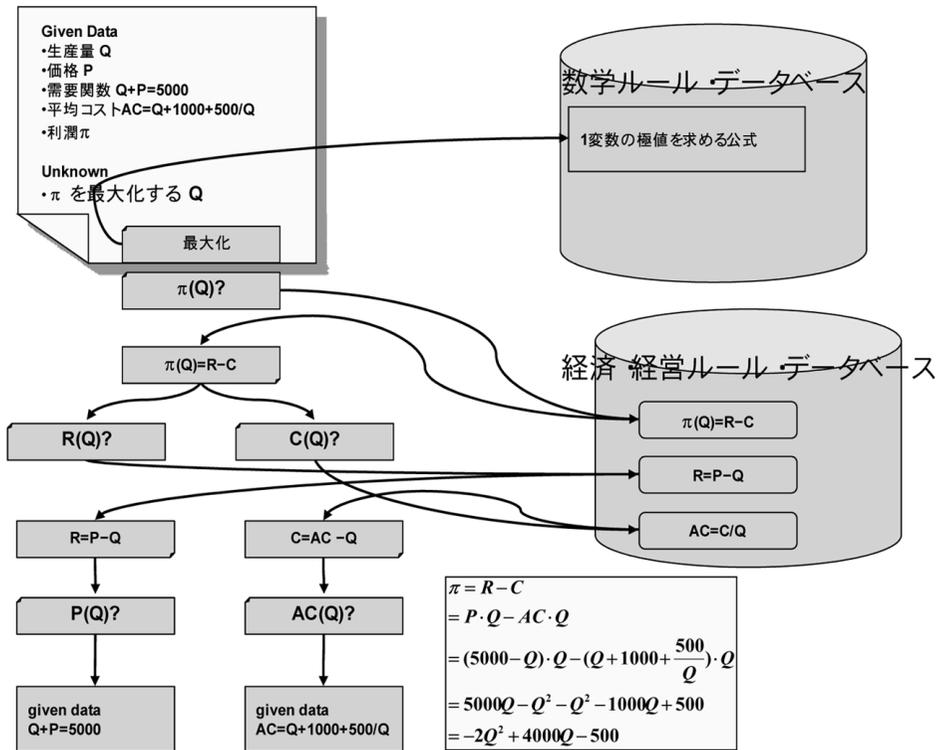


図1：利潤を最大化する最適化問題での演繹推論の過程

このように、推論エンジンシミュレーション法は、知識データベース（ルール・データベース）と推論エンジンを強く意識しながら数学問題を解くことを特長としている。学生は、2種類のデータベース中のルール（知識）を機械的に組み合わせ、あるいは加工する（推論）ことにより、数学問題を解く。現在発見したルールがどちらのルール・データベースから出てきたものであるかを質問し、学生に意識させることにより、学生の頭の中の知識が整理される。

以下では、各種の面から、演繹推論を学生に行わせる場合と機械に行わせる場合の比較を行ってみる。

機械のため、常識といえるような知識を記述するためには、多大な述語論理の記述が必要となる。他方、人間に演繹推論を行ってもらった場合、この述語論理の記述が非常に簡単化できるという特長がある。

また、演繹データベース・システムで推論を行うと、ひとつの解を得るまでに、ルールの組合せにおいて、非常に多くの試行錯誤が起こってしまうことが問題となる。しかし人間が行う場合、関連するルールを検索する際、キーワードを用いることが可能となる。ルール1個に対し、複数の検索キーワードを付けて記憶することにより、検索を効率よく行うことが可能となる。その検索キーワードの記述に関して、人間は、機械上で表現しにくいような抽象的な表現で覚えておくことが可能であるという利点がある。

さらに、人間は、ルールを組み合わせる際も、記号の置き換え、式の変形といった処理が、必要に応じて適宜行えるという利点がある。違う変数を使っている、そのコンテキストを理解し、対応関係を発見することができる。また、類似性のあるルールを見つけて、直面する問題にカスタマイズして適用することもできる。こうした点が、人間が推論を行う際の優位性といえる。

筆者は学生に経営数学を教えている、演繹推論システムに問題を解かせる場合に比較して、人間の学生に演繹推論を行ってもらうことは非常に容易なことと感じた。学生に問題を解かせる場合に、もっと機械的な作業を行うように指導することで、容易に問題が解けるようになると筆者は考える。ここでいう機械的な作業とは、ノートにデータを書き出す、検索して検索結果をノートに書きだす、演繹過程をノートに書きだすなどの作業である。手を動かすことを面倒と思わないで、こうした作業を実行することが問題解決を容易にする。

本提案方法の利点をまとめる。

文章題で与えられたデータと未知数を書き出すことで、明確にそれを意識させる。

検索している知識はどちらのデータベース中にあるのかを明確に意識でき、知識の整理が進む。

頭の中のデータベース中に該当する知識がまだ記憶されていない場合でも、紙媒体の公式集をルール・データベースとして検索を行い、不足知識を補うことができる。

知識を頭の中で発見することに比較して、データベース検索を実施するのは、ハードルが低く実行しやすい。

演繹過程をノートに書きだすことで、思考プロセスの間違いを特定化できる。

次にルールの記憶、特に数学公式の記憶方法について筆者の考えるところを述べる。人工知能の研究の分野に機械学習がある。これは、機械（コンピュータ）に学習をさせるためのプログラムに関する研究である。この機械学習の分野の中に、効率的学習というテーマがある。効率的学習を論理的に見ると、以下ようになる^[7]：

A B と B C という論理式が事前知識に含まれるときに、「A B かつ B C ゆえに A C である」という推論が証明過程において頻繁に出現するのであれば、「A C」も事前知識に含めよう。

この機械学習における効率的学習を、推論エンジンシミュレーション法の場面に置き換えてみると、「頻繁に出現する解法パターンはルールとして暗記しておこう」となる。すなわち、ある特定の条件下で推論された結果は、次回からは直接ルールとして使えるように、それも予めデータベースに格納しておいた方が効率的であるからである。機械学習において、これは効率性向上のために非常に有効である。しかし、人間の学生の場合、機械に比べて記憶は正確でないことが多い。ルールを多数作って、多数暗記したがために、似たようなルールが増えてしまい、間違えて覚えたのでは問題が解けない。間違えて覚えて間違えるよりは、ベースとなる重要なルールだけを正確に暗記しておき、正確に推論を行ったほうがはるかによい。

学生は経済数学の学習において、効率化のために、派生ルールをどこまで暗記すべきか、という問題は、その学生の状況に依存して大きく異なってくる。基本ルールを正しく理解し使いこなせないうちは、派生ルールを暗記しても混乱するだけであろう。基本ルールをまず十分理

解し、広く活用できるようにすることが重要と考える。

4. アンケートの結果

推論エンジン法の効果を評価するために、学生アンケートを行ったので、その結果を報告する。

アンケートは、2009年前期の「経営数学1」の期末試験中（2009年7月30日実施）に、任意回答で行った。回答者は101名。うち、100名が経営学科。学年の構成比は、1年生が約90%を占めている（図2参照）。

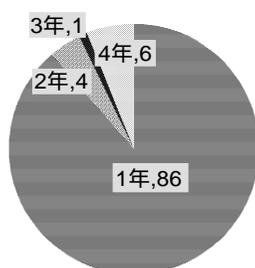


図2：学年構成

推論エンジン法のアンケートに先立ち、履修者の数学教育に関するバックグラウンドについても調査した。

まず、対数と微分（数学2）を高校で学んだか否かを以下のように質問した。

1. 学んだ 2. 学んでいない（イヤで眠っていた場合も含む）

2のような聞き方をしたのは、実質的に学んだ記憶があるか否かを聞きだすためである。結果は図3に示すようになった。

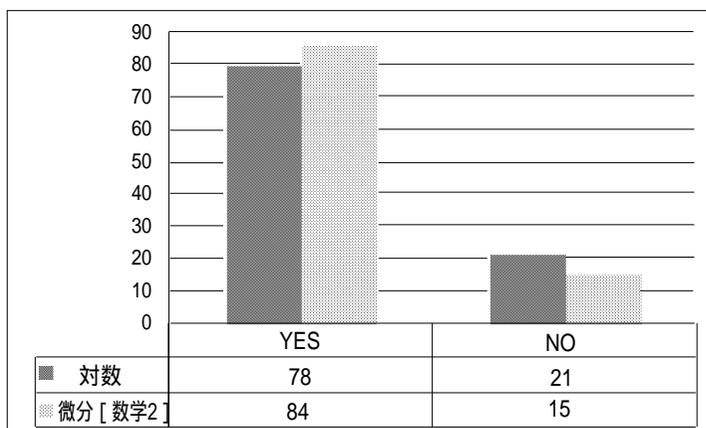


図3：高校数学で対数，微分を学んだか

回答者中、対数を学んでいない学生が約20%、数学3ではなく数学2の微分を学んでいない、と自己申告している学生が15%いることが分かる。経営数学1の履修者の5人に1人は、高校で対数を学んでいないことになる。実際、10年来経営数学を教えてきた経験からも、学生が微分よりも対数に苦手意識を持っていることは感じられる。今後経営数学1を教える際には、これだけ多くの学生が「履修していない」と回答していることを踏まえて、教案を作成すべきと考えた。

次に「高校数学についていけた」か、否かの質問をした。回答は1.YES, 2.NO(とても苦手)とした。結果は図4に示すように、70%がついていけた、残りの30%が「(数学は)とても苦手」としていたことが分かる。

高校数学についていけた

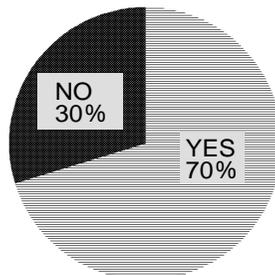


図4：高校数学についていけたか

以下では、経営数学1の講義で半年間、推論エンジンシミュレーション法で教えてきた結果、この教授法により学習効果があったか否かを分析する。

実践している人：推論エンジン法の効果

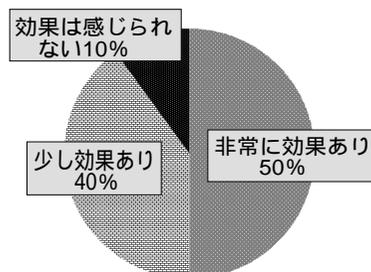


図5：推論エンジン法の効果[きちんと実践している人]

少しでも実践している人：推論エンジン法の効果

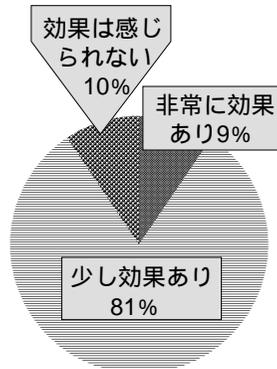


図6：推論エンジンシミュレーション法の効果[少し実践しているを含む]

回答者のうち、実践している：11名、少しですが実践している：51名であった。合計して、62名（約60%）が、実践してくれたことになる。推論エンジン法の効果は、この62名の回答のみを分析した。実践していない、と回答した学生のデータは除いてある。

きちんと実践した人では、非常に効果ありが50%、少し効果ありが40%（図5参照）となった。少し実践まで人数を広げて分析すると、非常に効果ありが9%、少し効果ありが81%となる（図6参照）。

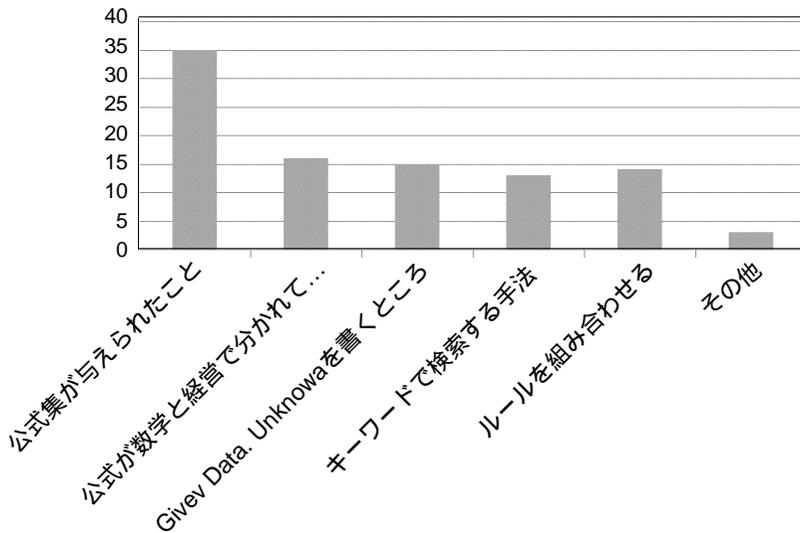
少しでも実践してくれると、90%が何らかの効果がある、と回答してくれたと言える。きちんと実践した少数派のデータ分析においても、90%が何らかの効果あり、と回答している。むしろ、少しだけ実践の人に比較して、非常に効果ありの比率は50%と高い。これらの数値から、推論エンジンシミュレーション法は実践すると90%程度の人に効果がある、と結論してよいと考える。

さらに、推論エンジンシミュレーション法のどこに効果を感じたかを回答してもらった。これは複数回答可とした（図7参照）。結果は、公式集が与えられたことが最も多く、ついで、「公式が数学と経営で分かれていること」、「Given Data, Unknownを書くところ」、「キーワードを検索するという手法」、「ルールを組み合わせる手法（演繹推論）」の4つの特長が同程度の値であった。

学生は公式集が最も効果があった、と回答している。この結果から、教授側としては、経営数学を講義する際に、公式集を渡すと学生の学習効果が向上する、と結論しても問題ないと考えられる。

もう少しこの状況を考察してみると、問題が解けない学生とは、たとえ解き方が提示されても、どうしてそうなるのか、どの公式を適用した結果そうなるのかが、分からないのであろう。具体的に、どの公式を使ったかを教師が公式集の上で明示することで、学生は理解可能となる。

これは筆者が推奨する推論エンジンシミュレーション法の正に根幹の部分であるが、必要な公式を提示することで、どの公式を知っていて、どの公式を知らないかが判明する。さらに、公式を演繹推論で組み合わせる過程で、どこまでの変形過程が理解できるのか、どこが理解で



7：推論エンジンシミュレーション法で効果があった箇所

きないのかが区別可能となる。このことにより、自分は何を知らないであるかを知ることができるようになり、従って多に学習が進んでいくようになる、と考えられる。

5. おわりに

本稿では筆者が提案し経営数学の講義で実践している推論エンジンシミュレーション法について説明した。本方法は推論による経営数学問題を解く方法として効果的な指導法であると考えられる。

本方法においては、学生にまず2種類のルール・データベースを頭の中に構築してもらう。ひとつは数学ルール・データベースであり、数学の公式がルールである。第2番目は経済・経営に関するルール・データベースであり、経済・経営に関するセオリーがルールとして格納される。文章題が与えられた場合、文中の重要キーワードを探し、そのキーワードを使って、2種類のルール・データベースを検索し、関連するルールを収集する。そして、そのルールの集合に対して、演繹推論を行い、文章題で与えられたデータと、未知数との間の関係を求めていく。

本提案方法の利点は、経営数学の文章題を解くという複雑な作業を、機械的な単純作業に分解して単純化している点である。これにより、文章題を苦手とする学生にとって文章題解法のハードルが下げられると考えている。

学生アンケートの結果からも、推論エンジンシミュレーション法は効果がある、という結果が得られた。学生が、推論エンジンシミュレーション法をどの程度実践しているかで回答してもらった場合、少しでも実践してくれた学生の90%が何らかの効果がある、と回答してくれた。きちんと実践した少数派の学生のデータ分析においても、そのうちの90%が何らかの効果あり、と回答している。むろん、少しだけ実践の人に比較して、非常に効果ありの比率は

50%と高い。これらの数値から、推論エンジン法は実践すると90%程度の人に効果がある、と結論してよいと考える。

さらに、推論エンジンシミュレーション法のどこに効果を感じたかを回答してもらった結果は、公式集が与えられたことが最も多く、ついで、「公式が数学と経営で分かれていること」、「Given Data, Unknownを書くところ」、「キーワードを検索するという手法」、「ルールを組み合わせていく手法（演繹推論）」の4つの特長が同程度の値であった。

アンケートから得られた知見として、経営数学の授業では公式集を渡すことにより学習効果が向上することが分かった。推論エンジンシミュレーション法では、公式集の中でどの公式を使うのが明確であるので、自分は何を知らないであるかを知ることができるようになり、従って多に学習が進んでいくようになる、と考えられる。

今後とも推論エンジンシミュレーション法による経営数学教授法を研究していくつもりである。

参考文献

- [1] 小川均, "3.知識表現と推論", 人工知能, 新世代工学シリーズ 溝口理一郎, 石田亨, 編集, 東京: オーム社, 2000.
- [2] 前田隆, 青木文夫, 新しい人工知能 発展編, 東京: オーム社, 2000.
- [3] N. C. Betsur, Reasoning Strategies in Mathematics: Anmol Publications PVT. LTD., 2006.
- [4] 横田一正, 宮崎収兄, "2.3 演繹データベース", 新データベース論 関係から演繹・オブジェクト指向へ, 計算機科学・ソフトウェア技術講座 4, 東京: 共立出版, 1994.
- [5] 白田由香利, "経済数学における概念の数式表現のための知識データベース構築," 学習院大学経済論集, vol. 43 no. 1, pp. 27-38, 2006.
- [6] Y. Shirota, "Knowledge Base Construction for Economic Mathematics," Discussion Paper Series, Gakushuin University Research Institute of Economics and Management, vol. 5, no. 3, pp. 14, 2006.
- [7] 淡誠一郎, "4.機械学習", 人工知能, 新世代工学シリーズ 溝口理一郎, 石田亨, 編集, 東京: オーム社, 2000.