

# 経営数学問題解法における演繹推論に関する考察

白田 由香利<sup>1</sup>

## 要旨

我々は、経営数学教育における推論の重要性を感じ、講義においても、演繹過程を解法プランングラフとして学生に提示し、推論力養成を目標としてきた。本稿では、経営数学の問題解法において、どのような推論が行われているかを、事例を挙げながら論じる。我々は、その推論は、未知数から始まり、与えられたデータの方向に向かっている、つまり逆向きに推論がなされていると考えた。また、その過程において、学習者はアブダクションにより部分目標を設定していると考えた。この考えに基づき、学習支援システムにおいて、そうした特徴をもつ学習者の推論を支援する機能をどのように実現していくかを論じる。

## 1. 始めに

我々は、経営数学教育における推論の重要性を感じ、講義においても、演繹過程を解法プランングラフとして学生に提示し、推論力養成を目標としてきた。そして、解法プランングラフを描くツールとして、解法プランングラフ・ジェネレータを開発し、解法プランングラフを教材として多数作成し、教育に用いてきた [1]。本稿では、経営数学の問題解法において、どのような推論が行われているかを、事例を挙げながら説明する。我々の将来目標は、学習支援システム (e-Learning システム) において、高度な推論支援機能を実現することである。そのためには、人間の学習者がどのように推論を行って問題を解いているか、考察する必要がある。

次節では、推論のうちの3種類、演繹、帰納、アブダクションについて説明する。第3節では、経営数学問題解法過程について分析し、そこで行われている推論についての我々の考えを、具体的な経営数学問題を用いて説明する。第4節では、関連研究として、ポリアの発見的推理について述べる。第5節では、経営数学のための学習支援システムにおいて、推論を支援する機能について論じる。最後の章は、まとめと今後の研究方針である。

## 2. 3種類の推論

推論 (inference, あるいは reasoning) とは、いくつかの前提 (既知のもの) から、それらの

---

1 学習院大学経済学部経営学科。yukari.shirota@gakushuin.ac.jp

前提を根拠にしてある結論（未知のもの）を導出する，論理的に統制された思考過程である。

推論には，演繹，帰納，アブダクションの3種類があり，それらは，以下のように分類される [2]：

推論 inference

- ① 分析的推論 (analytic inference)
  - (a) 演繹 (deduction)
- ② 拡張的推論 (ampliative inference)
  - (b) 帰納 (induction)
  - (c) アブダクション (abduction)

演繹では，前提だけから，論理学の教える規則に従って結論を導出する。真なる前提からは，必然的に真なる結論が導かれる。前提が真でない場合，結論が真であるとは限らない。3段論法は，演繹である。演繹は論理的に仮定しうる理想状態を形式的に図式的に表意し，その理想状態における事象（論理的対象）の間の必然的関係を言明する記号過程である [3]。

数学の例で言うと，連立方程式を解いて解を求める過程は，演繹である [3]。求めたい未知数（結論）は，与えられた式に既に暗々裏に含意されていて，連立方程式を解く形式的手続きによって，未知数が導かれるからである。用語が紛らわしいものとして数学的帰納法がある。数学的帰納法も，帰納法という名称ではあるが，帰納的推論ではなく，演繹的推論である [4]。前提だけから，論理学の教える規則に従って結論を導出するからである。他方，帰納では，個々の経験的な事例を集め，そこから，一般的な結論を一気に引き出す [4]。帰納は一般化の方法とも言える。

アブダクションは，パース (Charles Sanders Peirce) が提唱した。パースはアブダクションの推論形式を，以下のように定式化している [3]：

驚くべき事実 C が観察される，  
しかしもし H が真であれば，C は当然の事柄であろう，  
よって，H が真であると考えるべき理由がある。

C とは，我々の疑念と探究を引き起こすある意外な事実または変則性のことであり，H は C を説明するために考えられた仮説である。

例を使って，帰納とアブダクションの違いを説明する。

オラウータンはバナナが好きである。テングザルはバナナが好きである。ニホンザルはバナナが好きである。この3つの事実から，サルはバナナが好きである，という事実を発見することは帰納である。帰納においては，前提が真であっても結論は偽である場合がある。それに対し，ボルネオ X（という仮想の新種生物）はバナナが好きである，という驚くべき事実 C が観察されたとして，その理由として，ボルネオ X はサルである，という仮説 H を設定することは，アブダクションである。アブダクションにおいても帰納法と同様に，前提が真であっても仮説は偽である場合がある。

帰納もアブダクションもともに，事実に関わるが，アブダクションにとっての事実は驚くべき意外な事実 C であり，それを説明するための理論 H の提案を促すような事実である。しかし帰納にとっての事実は，アブダクションによって既に提案された仮説を実験的に検証するために求められる事実である [3]。

実際の経営数学問題解法における推論の種類とは何か，次節では，具体的問題を使ってこれ

を考察する。

### 3. 経営数学問題解法過程

経営数学の問題の殆どは、証明問題ではなく、未知数の値を発見（計算）するタイプの問題である。よって、それらの問題においては、問題で与えられたデータ（Given Data）から演繹をすることで、結果として、未知数（Unknown）の値を求める。求めたい未知数は、Given Data や数学公式、および経済経営のセオリーに暗々裏に含意されている。換言すれば、Given Data、公式、セオリーを前提として、演繹を行えば、Unknown が結論として導出可能、と言える。

Given Data から Unknown に到る演繹過程を図的に表現する手法として、我々は図1のような表現を提案した。この演繹過程を我々は解法プラングラフと呼んでいる [1]。問題を解こうとする際、我々は始めから、解法プラングラフのような演繹過程が頭に浮かぶわけではない。アブダクションによって、演繹過程の途中途中において仮説を創造し、その仮説を暫定的に採択することで、ステップに分けて推論を行うと考えられる。その際にどのようなステップ分割をするか、定説はない。我々は、人が経営数学問題を解く推論過程は以下のようなものであると、考えた：

経営数学問題を解くため、人は、演繹、帰納、アブダクションのすべてを複合的に駆使して思考を行っているであろう。その詳細は定かではない。しかしながら、人はその思考の過程において、アブダクションによって、仮説  $H$  を立てて一歩先を予測しながら、Unknown から Given Data 方向にむかって、つまり逆方向に演繹推論を適応して、細かいステップに分けて問題を解いているのではないだろうか。アブダクションによって提案される仮説  $H$  とは、多くの場合、「 $YY$  が計算できるならば、 $XX$  が計算できることは当然の事柄であろう」という形式の仮説であり、 $YY$  を前提として、演繹によって必然的に未知数  $XX$  が計算されることを示す。（解法プラングラフにおいては、 $YY$  の方が上位に位置する。）ここでは、 $XX$  が求まる、ということが驚くべき事実  $C$  であり、 $YY$  が計算可能である、ということが仮説  $H$  に対応する。次に、「 $ZZ$  が計算できるならば、 $YY$  が計算できることは当然の事柄であろう」という仮説をアブダクションにより推測する。このように次々と、部分目標を設定する。この際に行っている推論の種類はアブダクションである。アブダクションの際、複数の仮説の中から、最ももっともらしい仮説を選ぶことが重要であるが、それは、その時点で与えられたデータと計算済みデータ、および、知っている公式およびセオリーを駆使して推測する。

我々の考え方のポイントは、逆向きに推論する、という点と、アブダクションにより部分目標を設定する、という点である。人がこのように推論すると仮定した場合、e-Learning システム構築においても、このプロセスをヘルプするような機能を実現すれば、学生の学習に効果があるのではないだろうか。

一般的に仮説選択はどのように行われているのか。パースは仮説を選択する際に、アブダクションが従わなくてはならない以下の条件を挙げている [2]：

- (1) もっともらしさ (plausibility) : 仮説は検討中の問題の現象について、もっともらしい、最も理にかなった説明を与えるものでなくてはならない。
- (2) 検証可能性 (verifiability) : 仮説は実験的に検証可能でなくてはならない。

- (3) 単純性 (simplicity) : 同じ程度の説明能力を有するいくつかの仮説があるとすると、より単純な仮説を選ばなくてはならない。
- (4) 経済性 (economy) : 単純な仮説ほど、それを実験的にテストするのに費用や時間や思考やエネルギーが節約できるから、単純な仮説を選ばなくてはならない。

上記 (4) について、数学者ジョージ・ポリア (George Pólya) [5] も、数学という分野において、同じことを言っている。ポリアは、同じ問題を解くのに、知っているからと言って、難しいテクニックを駆使して解くよりも、簡単に解ける方法を選択すべきである、と言っている [6, 7]。

以下、我々の考えを説明するために、2つの具体的な金融数学の問題を例に取りあげる [8]。

### 問題 1

債券 X は、残存年数 2 年、クーポン・レート 2.00%、今日の価格 (額面 100 円当たり) 100.00 円、マコーレー・デュレーションが 1.98 年、修正デュレーションが 1.94、コンベキシティ 5.69、クーポンの支払いが年 1 回の債券である。今日の最終利回り (年 1 回複利) は 2.00% であり、今日は利払い日直後である。スポット・レート・カーブは水平と仮定する。明日、スポット・レートが 1% 低下して、そのまま 1 年間経過したとする。明日の債券価格を、近似式を使って求めなさい。債券 X に今日から 1 年間投資した場合の投資リターンは何%になりますか。

この問題の演繹過程は、図 1 のように表される。この図は、我々が開発した解法プラングラフ・ジェネレータによって作成した。図 1 に記載されている公式を以下に示す。

$$F1F2: \text{rpc} = \frac{\Delta PV}{PV} = -Dm \cdot \Delta r + \frac{1}{2} Cv (\Delta r)^2 \text{ (2次まで)}$$

$$F1A: FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{\text{Times}}\right)^{n \cdot \text{Times}}$$

$$F1G: \text{Return} = \frac{PVI - PV0}{PV0}$$

無理のない、もっともらしい推論として、以下のような逆向き推論が考えられる: Return が未知数であるのだから、その定義を使う推論を行うとよいであろう (図 1 の step 5)。そのためには、今日の債券価格 PV および、1 年後の将来価値 FV 1 を求める必要がある (step 4)。

金利変動により、今日と明日の金利 (スポット・レート) の差は、1% の低下と、文章に記載されている。そこで、「明日の債券価格 PVtm を計算できるのであれば、1 年後の債券の将来価値 FV 1 が計算できることは当然の事柄であろう」という仮説がたてられることであろう (step 4)。

「今日と明日の債券価格の差分を計算できるのであれば、明日の債券価格 PVtm が計算できることは当然の事柄であろう」(step 3)。また、「価格変化率 rpc を計算できるのであれば、今日と明日の債券価格の差が計算できることは当然の事柄であろう」(step 3)。

つまり、PVtm を求めるためには、価格の差分 dPV が必要であるが、それは価格変化率 rpc の公式を用いることで計算されるであろう (step 3)、と推測する。この rpc を計算するために

は、公式 F1F2 のテイラー展開の公式を使えばよいであろう (step 1)。公式 F1F2 を用いて rpc を求めるためには、ほしいデータ PV, Dm, Cv がそろっているかが問題となる、GivenData を確認すると、はたして、PV, Dm, Cv の値は与えられていた。

このような逆向きの推論が行われる、と考えることはもっともらしい。この解法における、最も重大なひらめきといえるべき仮説は、step 3 の「価格変化率 rpc が計算できるならば、債券価格の差分 dPV が計算できることは当然の事柄であろう」であろう。多くの学生を見てみると、これを思いつくか否かが、正しく解けるか否かの分岐点となる。そして、rpc が Given Data を使って求められるかを検証し、その結果、求められることが判明。よって、rpc が求められたので、演繹によって、dPV が求められる、となる。

この step 1 に相当する仮説の設定において、我々は試行錯誤的に仮説を考えている。しかし、その際には、ある理由をもって、複数ある仮説の中から最ももっともらしい仮説を選択している。例えば、文章題として、修正デュレーション Dm が 1.94、コンベキシティ Cv 5.69 が与えられているので、rpc の公式を少なくともどこかで使うのでないか、と、ある人は推測するであろう。多くの場合、逆向きに推論が行われるが、逆向き方法からのみ推論が行われるわけではなく、その人の過去の経験などから、部分目標が設定されうるのであろう。この step 1 の推論は、これを示す例である。

次にもうひとつ問題を解くようすを分析してみよう。

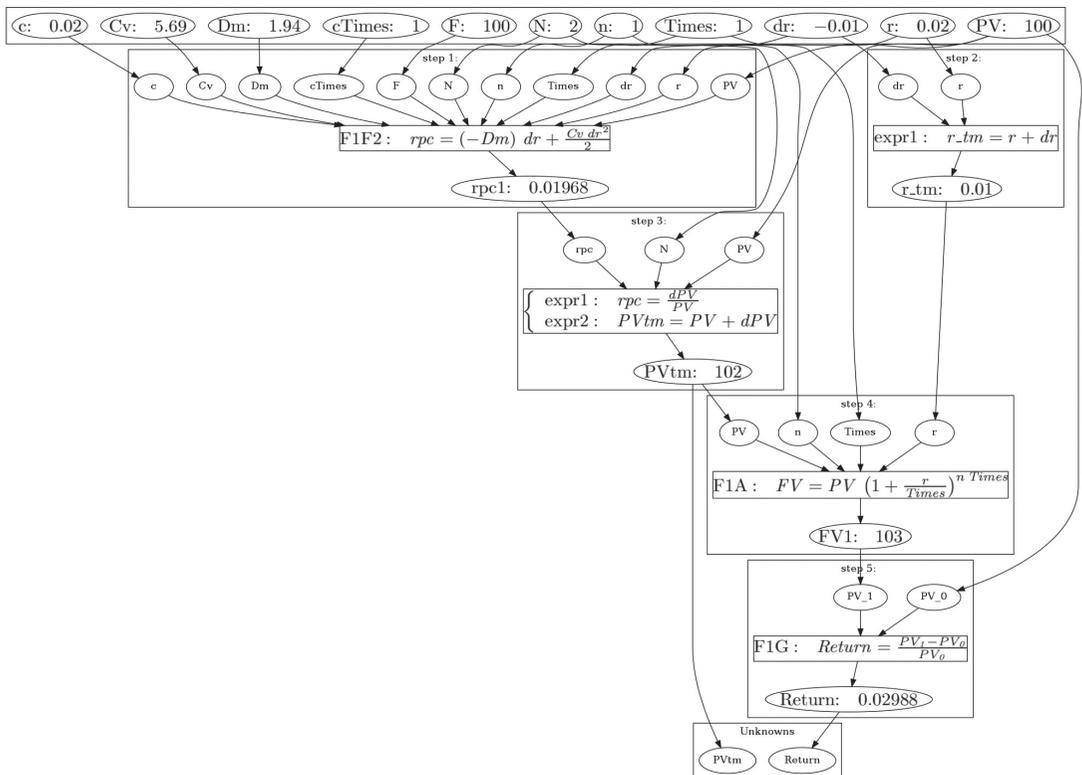


図 1 : 問題 1 の解を表す解法プラングラフ。

問題 2 :

満期まで 3 年, クーポン率 5%, 最終利回り 5% の債券のマコーレー・デュレーションを求めよ。この債券に投資した場合, そのマコーレー・デュレーションの期間経過後の将来価値はいくらになるか。最終利回りが 5% で変化しない場合について計算しなさい。なお, クーポン率は最終利回りで再投資できるものとする。

この問題の解法プラングラフを図 2 に示す。ここで使われている公式は以下である。

$$F2: PV = \sum_{i=1}^{N \cdot cTimes} \frac{\frac{c \cdot F}{cTimes}}{\left(1 + \frac{r}{Times}\right)^{\frac{i}{cTimes} \cdot Times}} + \frac{F}{\left(1 + \frac{r}{Times}\right)^{N \cdot Times}}$$

$$F1C1: Dm = -\frac{1}{PV} \cdot \frac{\partial}{\partial r} PV$$

$$F1D: DMAC = \left(1 + \frac{r}{Times}\right) \cdot Dm$$

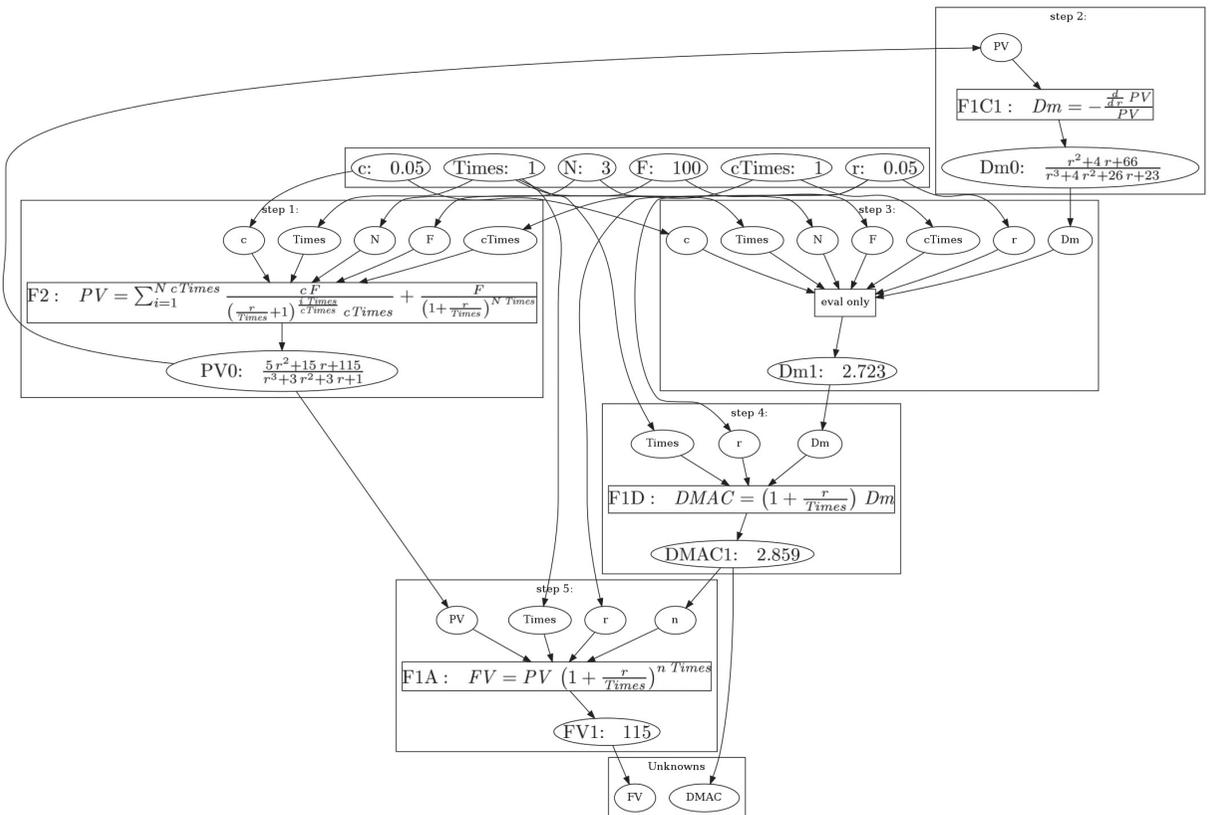


図 2: 問題 2 の解を表す解法プラングラフ。

この問題2におけるポイントは、Step5のように、「DMACを計算できるのであれば、将来価値FVが計算できることは当然の事柄であろう」という仮説がたてられることであろう。DMACを経過年数 $n$ として、公式F1A（将来価値FVの公式）に代入することで、将来価値が求められる。知識として、DMACの次元の単位が、年であることを知っていれば、さらにこの推測が容易に思いつくであろう。次のステップとしては「Dmを計算できるのであれば、DMACが計算できることは当然の事柄であろう」という仮説がたてられることであろう。次に、「DMACを計算できるのであれば、債券価格PVが計算できることは当然の事柄であろう」という仮説がたてられることであろう。

上記問題1と2の2例を見てきた。部分目標を設定するアブダクションにおいて、どのように仮説を選択するかは、創造的・発見的作業と言える。演繹過程を導出する過程において、アブダクションと演繹を使っていることを説明したが、帰納についても考えてみたい。帰納は、知識を体系づける際に使われる。例えば、マコーレー・デュレーションDMACは金利変動に対する価格の感度を示す。修正デュレーションDmは金利変動に対する価格の感度を示す。これを帰納によって、各種デュレーションは金利変動に対する価格の感度を示す、と一般化する。

データベースの世界では、推論データベースや推論エンジンと呼ばれるシステムが演繹を行う。推論エンジンは、機械的に演繹を繰り返し、演繹過程のパスを探索する[9]。一方、人間が演繹を行う場合は、機械よりも創造的にアブダクションを行い、パスを発見していると感じられる。パスによると、人間には本来「正しく推測する能力」が備わっている。よって、人間の精神は考えられうるあらゆる仮説の中から、ある有限回の推測によってもっとも正しい仮説を考えあてることができる、とある[2]。経営数学問題解法においても、アブダクションにより仮説を選択する作業において、人間は機械よりも創造的に仮説選択をしている、と言えるであろう。その点が人間と機械の差であろう。

#### 4. ポリアの発見的推理

数学は演繹だけによってその結果の正当性を立証する。しかし演繹過程を発見するためには、演繹だけではなく、アブダクションによる創造的な推測が必要である。数学の重要な定理の発見から、経営数学で解く日常のドリル問題演習にいたるまで、すべての演繹過程発見において、アブダクションが行われている。但し、あまりに単純な演繹過程でよい場合は、アブダクションは行われない。それでは、数学者ポリアは、アブダクションについて気づいていたのか。以降ではそれについて論じる。

数学者ポリアは、彼の著書『いかにして問題を解くか ("HowToSolveIt")』など[5, 10, 11]において、発見法的（ヒューリスティック）見地から数学の解き方を説いている。ポリアは、彼の発見的推論とは、しばしば帰納と類推にもとづく、と記している[5]。ポリアの偉大な点は、その発見的推理の方法を伝えるために、数学教師はどのように学生を指導すべきかと、具体的数学問題を挙げて説明している点であろう。現在でも、ポリアのヒューリスティックは数学教育の分野で強く支持されている。

ポリアは、逆向きに解く（working backwards）として、ギリシャの数学者パプス（Pappus）の言葉を参照している[5]：Let us start from what is required and assume what is sought as already found. Let us inquire from what antecedent the desired result could be derived.

我々の目の前にある経営数学の問題に立ち返ってみると、そこで演繹推論過程を発見する際に、逆向きに部分目標を設定する、という推測を行うということは、ポリアが逆向きに解くことにおいて、主張してきたことと一致する。

ポリアの時代には、アブダクションという考え方はまだ普及していなかったので、ポリアは、その発見的推論を帰納および類推として捉えて説明している。しかし、ポリアは、数学解法における発見的推論の方法は、従来の帰納ではない、蓋然的（つまり真であることもあれば、そうでないこともある）推論である、と気づいていた。

米盛は、ポリアの発見的3段論法は、帰納ではなく、パースのアブダクションと同じ形式のものである、と言っている [2]。

ポリアの発見的3段論法の一般的形式は、以下のような後件肯定である [2]：

もし A が正しいければ、B もまた正しい、

いま B が正しいことが分かった、

---

だから、A が正しいことは確からしい。

これは後件肯定である。後件肯定は論理的に妥当ではない。後件肯定は誤りである。例えば、以下の結論は偽である。

私は花粉症にかかっているとき、目が赤くなる。

今、私の目が赤い。

だから私は花粉症にかかっている。

私の目が赤いのは、他の病気が原因かもしれないし、泣いているからかもしれない。後件肯定は、結果から原因へと遡及し、仮説 A を暫定的に採択する。そのように、暫定的に採択された仮説のなかで、最も理に適った仮説を提案することがアブダクションである。

米盛は言う [2]：ポリアは著者『いかにして問題を解くか』[5]のなかで逆行的推理という言葉一度だけ使っているが、逆行的推理という言葉の意味を、ポリアが後に述べている発見的3段論法に結びつけて考えていたら、帰納とはまったく違う新しい推論の概念にいたっていたのではないか。

前述した我々の考えは、ポリアの発見的推論のうちの逆向きに考える方法、とも合致している。

経営数学問題解法の演繹過程を求めるためには、演繹、帰納、アブダクションのすべてを複合的に駆使して思考が行われていると、我々は考える。その思考の過程においては、アブダクションによって、仮説を立てて一歩先を予測しながら、Unknown から Given Data 方向にむかって、逆方向に演繹推論を適応して、問題を解いているのではないかと考える。

もちろん、ある部分については前向き推論が行われている箇所があるであろう。また、最も理に適った仮説を選択する際に、どのような推論が行われているかは、複雑過ぎて不明である。しかし、全体の方法として、「逆方向に演繹推論を適応して、問題を解いている」という考えは多くの場合正しいと考えられる。

## 5. 学習支援システムへの応用

本節では、学習支援システムにおいて、学生の演繹推論を支援する機能について論じていき

たい。e-Learning システムは、対称とする学習内容によって、以下の2種類に大別できる：(1) 知識定着のトレーニング用、(2) 専門教育における知識の展開および推論に主眼をおく学習支援用、である。例えば、2次方程式や微分演習、英単語やイディオムの暗記などは前者(1)に相当する。我々が教えている経済・経営数学は後者(2)である。小松川の指摘するように、専門教育のように知識の展開に主眼を置く科目群には、e-Learning が馴染まないのが、専門教育ではe-Learning システムの活用が進まない。専門教育ではe-Learning を活用する科目が減る傾向にある[12]。特に、推論を支援するような機能は、e-Learning システムとしては、今後の研究・開発が期待される分野である。

e-Learning システムの利点として、個人の進捗度に応じて、不足する知識要素に対するe-Learning 教材を的確に抽出し、やり直させることが可能である、ことがあげられる[13, 14]。そして、e-Learning の分野では広く、学習者が間違えたときに、戻すべき問題をどのように選択するのか、という研究が広く行われている。一般的には、学習者はどの分野が弱いかをLMS (Learning Management System) から把握し、学習状況に応じた学習指導を行う[15]。しかし、経済・経営数学のような専門教育における推論を支援するような機能は、今後の研究・開発が期待される分野である。一番の理由としては、推論を支援すること自体、人間の教師でも難しい点がある。禅宗で、弟子が、まさに悟りを得ようかという時期に、師匠が、その好機を間髪を入れずにつかみ、上手に教示を与えて弟子を悟りの境地に導くことを、啐啄同時(そったくどうじ)と言う。我々の対象とする経済・経営数学問題の分野でいうと、学生がまさにアブダクションで最ももっともらしい(plausible) 仮説を選択しようかという時期に、教師が、その好機を把握し、上手に教示を与えて学生のアブダクションを支援することである。学生への指導は、その推論能力の成長の段階に応じて適宜適切に行なう必要がある。我々の目指す学習支援システムにおいては、成長段階に応じて適切な指導を行える、そのような推論支援機能を目指す。啐啄同時、あるいは、啐啄の機とは、師匠と弟子の間の理想の教育機会の比喩としても使われるので、その名前をとって、以降では、我々の目指す推論支援機能を「ソツタク支援機能」と呼ぶことにする。

学生が解法を思いつかなかった場合、つまり、解法プラングラフのような演繹推論過程を頭に描けなかった場合、ソツタク支援機能は、未知数から逆向きに、アブダクションの部分目標を設定することを支援する。具体的には、最も最下層にある演繹推論ステップだけのシンプルな問いかけを作り、それを理解できるか否かを学生に問う。

ソツタク支援機能の例として、前述した問題1を単純化した例を示す。

### 問題1を単純化した問題

債券 X は、残存年数2年、クーポン・レート2.00%、今日の価格(額面100円当たり) 100.00円、マコーレー・デュレーションが1.98年、修正デュレーションが1.94、コンベキシティ5.69、クーポンの支払いが年1回の債券である。今日の最終利回り(年1回複利)は2.00%であり、今日は利払い日直後である。スポット・レート・カーブは水平と仮定する。価格変化率は0.01968である。明日、スポット・レートが1%低下して、そのまま1年間経過したとする。明日の債券価格を、近似式を使って求めなさい。債券 X に今日から1年間投資した場合の投資リターンは何%になりますか。

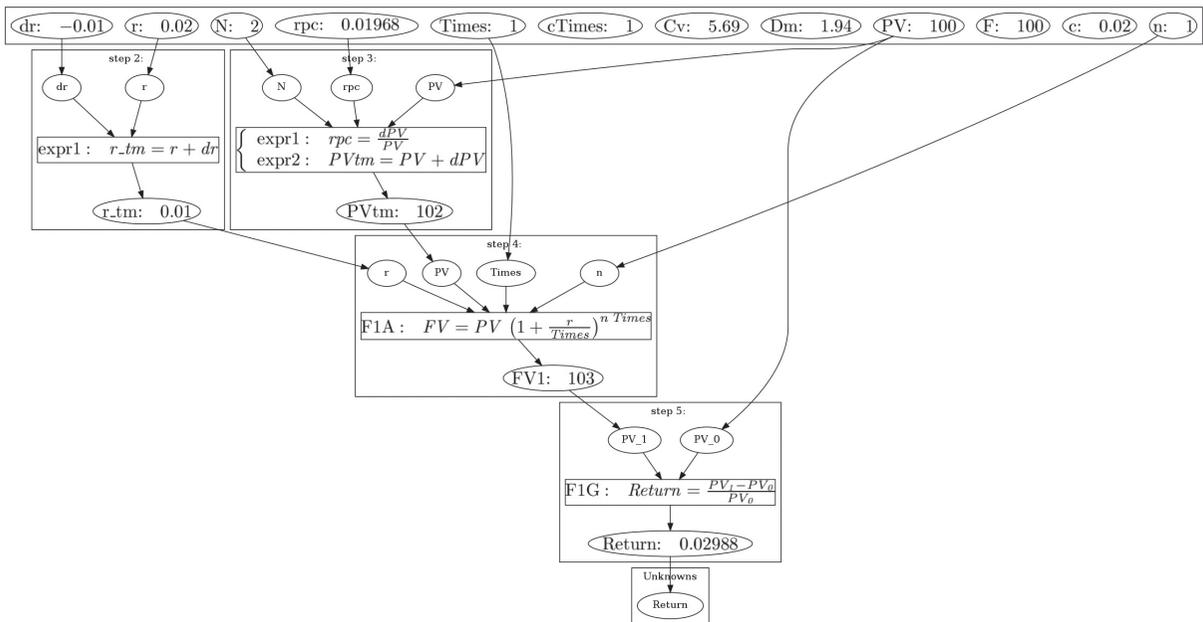


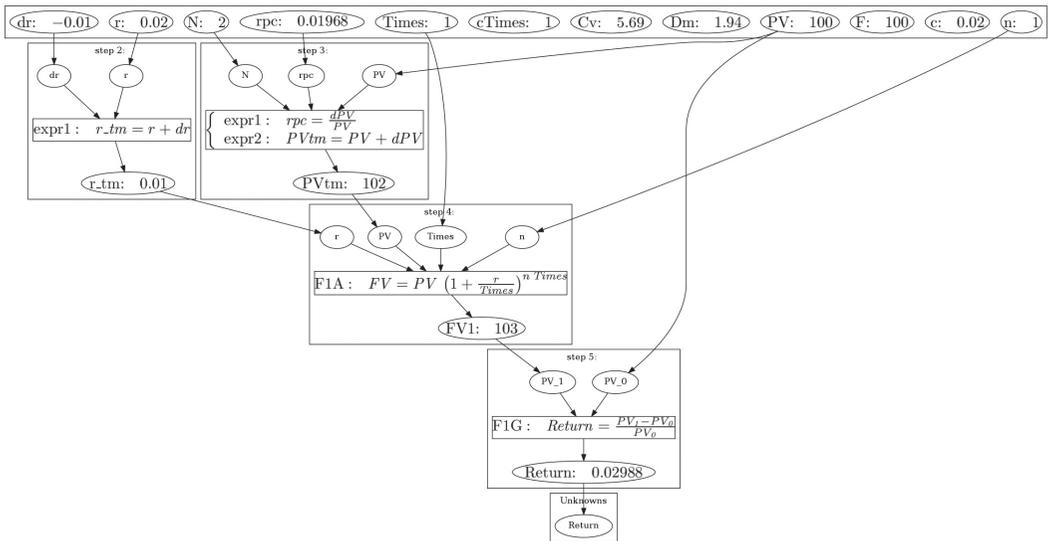
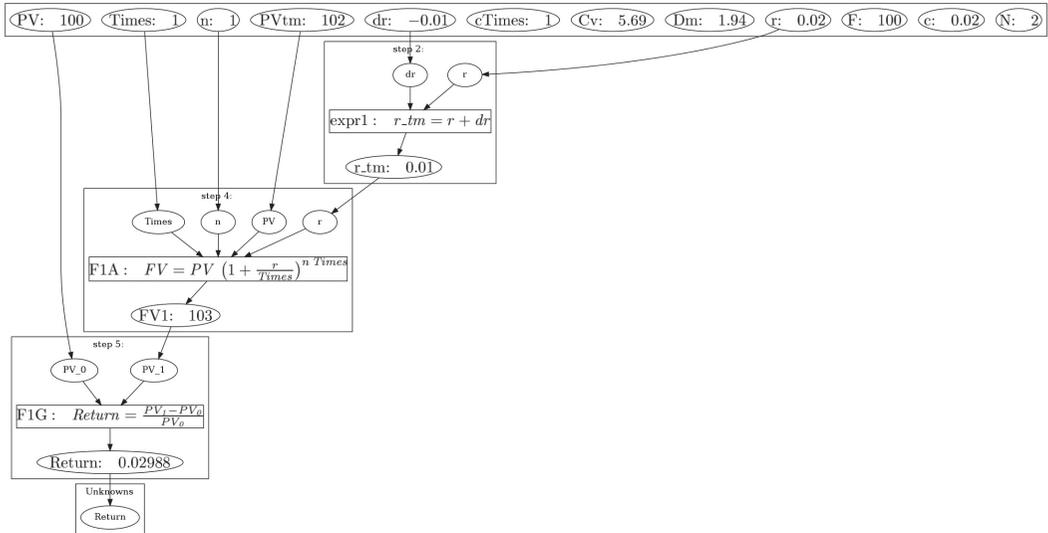
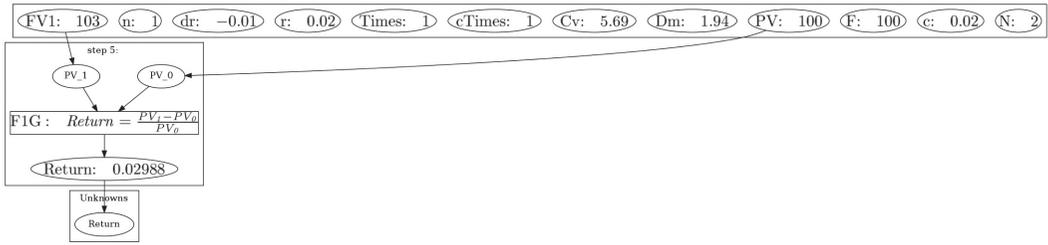
図3：価格変化率  $rpc$  の値を与えることで，問題1を簡単化したようです。

問題を簡単化するため，価格変化率0.01968を文章中で与えている。この問題に対する解法プランングラフは図3のようになる。

図1と図3の解法プランングラフを比較する。価格変化率  $rpc$  が文章題で与えられたことで，step 1の演繹推論過程はスキップされてなくなっている。そのため，GivenData中で利用されなかったデータが出てくる。図3の最上段で，左から  $cTimes$ ,  $Cv$ ,  $Dm$ ,  $F$ ,  $c$  が利用されていないことが分かる。

ソツタク支援機能としては，学生が理解できなかった場合，理解できなかった演繹推論過程を特定するためにも，未知数から逆方向に質問していく方針をとる。問題1の未知数  $Return$  を求める場合のソツタク支援機能の生成すべき解法プランングラフ4個を図4に示した。1番目の解法プランングラフが，最も簡単化された質問に相当する。以下，順に難しくなっていく。図4に，示すように，始めは未知数だけを聞く問題設定として，順次，次第に上方へ演繹推論部分を広げていく。図4に示すように，自動レイアウトのため，各演繹推論ステップの位置関係がずれてしまうのは仕方がない。学生が問題を解けなかった場合，このように簡単な問題から順に解かせていく支援機能を作っていきたい。

経営数学問題解法における演繹推論に関する考察 (白田)



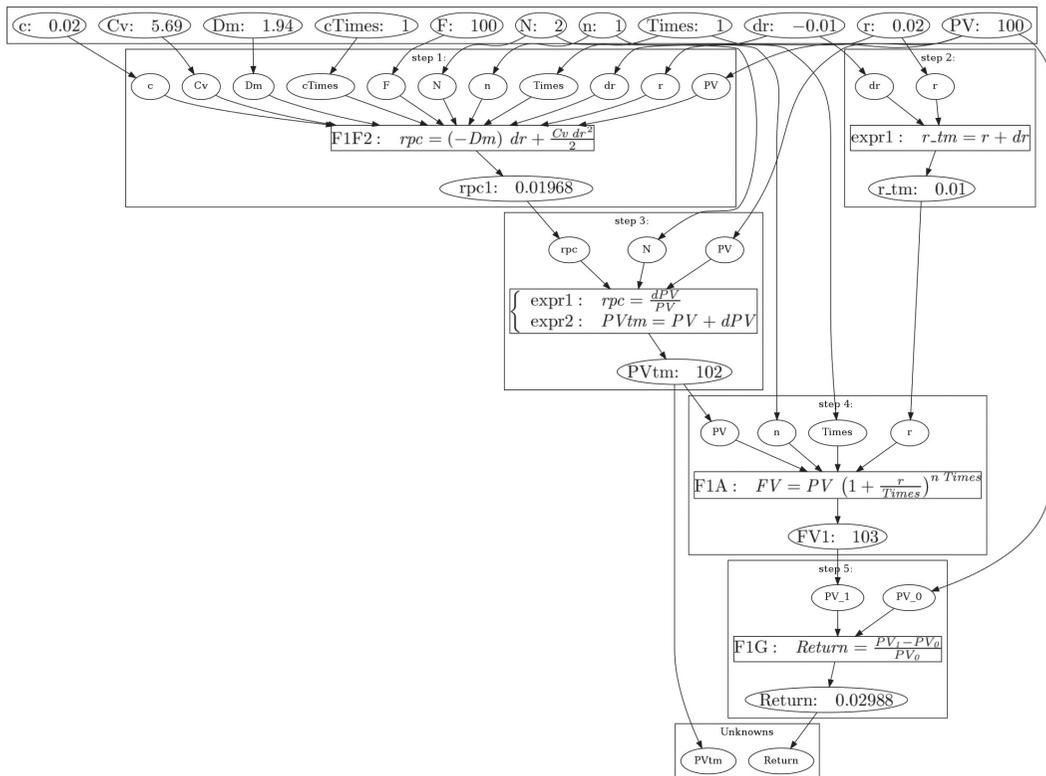


図4：未知数から逆方向に質問していく過程。

## 5. まとめ

経営数学問題解法の演繹過程を求めるためには、演繹、帰納、アブダクションのすべてを複合的に駆使して思考が行われていると、我々は考える。その思考の過程においては、アブダクションによって、仮説を立てて一歩先を予測しながら、Unknown から Given Data 方向にむかって、逆方向に演繹推論を適応して、問題を解いているのではないかと考える。

我々は、経営数学教育における推論の重要性を感じ、講義においても、演繹過程を解法プラングラフとして学生に提示し、推論力養成を目標としてきた。そして、解法プラングラフを描くツールとして、解法プラングラフ・ジェネレータを開発し、解法プラングラフを教材として多数作成し、教育に用いてきた。その過程において、演繹過程を発見する作業は、演繹だけではできない、と気づいた。そして、その発見には、パースの提唱するアブダクションという新しいタイプの推論が関係していると考えた。そして、従来から数学教育のヒューリスティックスとして全世界に普及しているポリアの発見的推論はアブダクションであること [2]、逆方向に演繹推論を適応して問題を解きなさい、ということはポリアがギリシャの数学者パースの言葉を引用して主張していること [5] を、再認識した。

推論を支援するような機能は、e-Learning システムとしては、今後の研究・開発が期待される分野である。我々は解法プラングラフ・ジェネレータを用いて、推論を支援するシステムを作成したい。その第1ステップとして、未知数から逆方向に解法プラングラフを作成し、それに合わせて学生に質問をする機能を提案した。この推論支援機能を、禅の用語「啐啄同時（そったくどうじ）」を引いて、ソツタク支援機能と名付けた。ソツタク支援機能は、問題の推論過程が思いつかない学生を支援する。学生が解けなかった場合、解けない演繹推論ステップを特定するためにも、未知数から逆方向に質問していく方針をとる。始めは未知数だけを聞く問題設定として、順次、次第に上方へ演繹推論部分を広げていく。今後の研究方針としては、この「ソツタク支援機能」を学習システム上に実現していきたい。

複雑な何ステップにもわたる推論過程を必要とする数学問題の場合、中途半端にしか理解していない学生は、ある時は解けるが、少し問題が変形されると、解けない、ということが起こる。それは、どのような推論が行われているかの理解が不十分だからである。推論過程を明確に提示して、その理解を支援する高度な学習支援システムを我々は構築していきたいと考える。

## 謝辞

学習支援機能の討論中、啐啄同時という言葉を提案してくれた静岡県立御殿場高校数学教諭佐藤一氏に感謝します。また、常日頃、有意義なアドバイスをくださる学習院大学計算機センター久保山哲二准教授に感謝します。本研究の一部は、平成24年度、科研費基礎研究（C）一般「推論エンジン法による知識ベースの構築」（課題番号：22500231、代表者：白田由香利）及び、平成24年度、学習院戦略枠予算による事業計画「WEB上の経済学部 e-Learning システム（Web:VisualEcoMath）の構築」により支援されました。ここに記して謝意を表します。

## 参考文献

- [1] 白田由香利, and 橋本隆子, “経営数学問題解法のための演繹推論支援教材作成ツール,” 学習院大学経済論集, vol. 48, no. 4, pp. 303-311, 2011.
- [2] 米盛裕二, アブダクション 仮説と発見の論理: 勁草書房, 2007.
- [3] 米盛裕二, パースの記号学: 勁草書房, 1981.
- [4] 山下正男, 論理的に考えること: 岩波書店, 1985.
- [5] G. Pólya, *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method* Princeton Science Library, 2004.
- [6] M. J. Strauss, G. L. Bradley, and K. J. Smith, *Calculus*, 3rd ed., New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 2002.
- [7] A. H. Schoenfeld, “Polya, Problem Solving, and Education,” *Mathematics Magazine*, vol. 60, no. 5, pp. 290, 1987.
- [8] 金子誠一, 証券アナリストのための数学再入門: ときわ総合サービス, 2004.
- [9] 横田一正, and 宮崎収兄, “2.3 演繹データベース,” 新データベース論 関係から演繹・オブジェクト指向へ, 計算機科学・ソフトウェア技術講座 4, 東京: 共立出版, 1994.
- [10] G. Pólya, *Mathematics and Plausible Reasoning, Vol 1. Induction and Analogy in Mathematics*: Princeton University Press, 1954.

- [11] G. Pólya, *Mathematics and Plausible Reasoning, Vol 2. Patterns of Plausible Inference, Revised version*: Princeton University Press, 1969.
- [12] 小松川浩, “理工系学部教育での知識共有に向けた ICT 教育システム (特集リメディアル教育と ICT),” *メディア教育研究*, vol. 5, no. 1, pp. 27-34, 2008, 2008.
- [13] 白田由香利, “経済最適化問題を例とする数学 Web 教材自動作成システム,” *学習院大学経済論集*, vol. 41, no. 1, pp. 1-15, 2004.
- [14] 森田裕介, and V. K. Billy, “Web ベース PSI コースにおける学習過程と学習スタイルとの関連性に関する一分析 (コミュニケーションを重視した教育実践と情報モラル教育),” *日本教育工学会研究報告集*, vol. 6, no. 6, pp. 77-80, 2006/12/16, 2006.
- [15] 川西雪也, 新井野洋一, and 湯川治敏, “e-Learning を活用した入学前教育に関する実証研究 (特集リメディアル教育と ICT),” *メディア教育研究*, vol. 5, no. 1, pp. 87-95, 2008, 2008.