

「ゆらぐ界面」をめぐる実験と理論

田崎 晴明

(学習院大学理学部物理学科 171-8588 東京都豊島区目白 1-5-1 e-mail: hal.tasaki@gakushuin.ac.jp)

2009年の暮れ、冷たい雨の降る日に、私たちは東大・佐野研究室の地下の実験室でPCの画面をみつめていた。「これから、ここにレーザーパルスを打ち込みます。」そう言って、竹内一将さんは制御用のキーボードに指をおく。竹内さんは佐野研のD3の学生、すでに液晶対流系での動的臨界現象の研究などで知られる非平衡物理学の研究者だ。

PCの隣のこじんまりした装置にはガラスのプレートにはさまれた擬2次元的な液晶のサンプルが収めてあり、PC画面は液晶を下から撮影した映像が映し出している。液晶には振動電場がかかっており、画面には何も見えないが、いたるところで対流が生じているようだ。パルスが打ち込まれると、その部分での対流は別の対流状態に変化する。そして、新しい対流状態は次々と隣接する部分へと「伝染」し周りに広がっていくのだ。

竹内さんがキーを押すと、PC画面の中央付近に黒い染み—これが新しい対流状態の領域だ—が現れる。染みはモニョモニョモニョと複雑な界面を描きながら画面全体へと広がっていく。無数の小さな黒い虫たちが集まって塊をなしていくかのような光景。「これは、みごとだ。」この実験を初めて見る私たちは息をのむ。

◇

「ランダムに動く点」の問題はブラウン運動の理論に結実し、非平衡統計力学や量子物理から経済・社会現象の解析にまで深く関わっている。その素直な拡張とも思える「ランダムに動く曲線・曲面」の問題ははるかに難しい。1986年にカーダー (M. Kardar)、パリジ (G. Parisi)、ザン (Y.-C. Zhang) は成長する界面のゆらぎを記述するための基本的な確率偏微分方程式を提唱した¹⁾。このKPZ方程式の研究は特に2次元(2次元の中での1次元界面の成長)の場合に爆発的に進展した。くりこみ群などの手法で正確な臨界指数が求められ、さらに、同じ臨界的な挙動を示すと考えられる可解模型との対応も明らかになった。

しかし、2次元のKPZ方程式をめぐる研究には二つの大きな不満点が残っていた。一つは、適切な実験系がないこと。もちろん、1次元界面の成長を実現する実験系は知られていた。しかし、ゆらぎの挙動についての理論的予言と定量的に比較できるような実験結果はなかなか得られな

¹⁾この記事は、日本物理学会誌 2010年10月号 760ページの「最近のトピックス」の欄に掲載された。学会誌掲載のバージョンには、図、図の説明、そしてこの脚注は含まれていないが、本文はこの公開版とまったく同じである。なお原稿の準備と本公開版の作成のため渡辺宙志さんが公開されているスタイルファイルを使わせていただいたことを感謝とともに付記しておく。

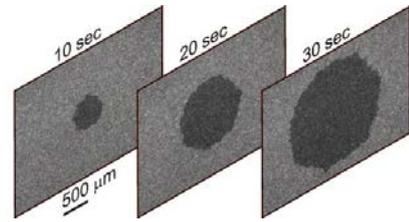


図1 擬2次元的な液晶のなかで黒い染み(周囲とは別の対流状態にある領域)が広がっていく様子。竹内一将氏による。

かったのである。もう一つの不満点は、方程式の厳密解が一つも知られていないこと。確率的な界面成長モデルの中には厳密に解ける物もあり、その解はKPZ方程式の解と類似していると信じられている。しかし、KPZ方程式そのものの厳密な解は一つも得られていなかったのである。

◇

私たちは実験室から階上のセミナー室に移って、竹内さんから実験データの解析の結果を見せてもらっている。液晶対流系では条件をそろえて実験を何度もくり返してデータをとることができる。界面の高さのゆらぎの大きさを解析すると、これ以上ないほどの精度でKPZ方程式の予言を再現していることが分かる。臨界指数も完璧だ。

こうして、2次元KPZ方程式についての不満の一つが過去の物になったことを私たちは知った。竹内・佐野は完璧な実験系を構築したのだ! この日、佐野研を訪問したのは、ミュンヘン工科大のヘルベルト・シュポーン (H. Spohn) さん、千葉大の笹本智弘さん、私の三人。私以外の二人は界面成長の数理の研究者である。笹本さんは9月までシュポーンのところへ長期滞在しており今も共同研究を進めているという。専門家の二人が明快な実験結果に強い感銘を受けている空気がありありと感じられた。

しかし驚きはこれで終わりではなかった。竹内・佐野はゆらぎの確率分布の解析にまで踏み込んでいく。実験で得られた分布は、ガウス分布からは有意にずれていて、 gaussian・ユニタリ・アンサンブル (GUE) と呼ばれるランダム行列の最大固有値分布 (GUE Tracy-Widom 分布) で(調節パラメータなしに!) フィットできるというのだ。可解模型の解析から得られたきわめて数理的な結果が実験で再現される様は衝撃的だ。さらに、実験から見いだされた「一次モーメントが $t^{-1/3}$ に比例してゆっくりと理論値へと収束する」という不可解な現象には、さすがのシュポーン、笹本の両氏も頭を悩ませていたのを覚えている。



年が明けても未だ寒いある日、笹本さんからメールが届いた。公開したばかりのシュポーンとの共著の論文で、ある初期条件に関して KPZ 方程式の解を構成することに成功したという。界面成長の確率過程についての蓄積を統合しつつにそれを厳密解にまで高めたのだ。笹本さんらしい冷静で押さえた調子のメールの行間からも一つの山を越えた興奮と喜びが読み取れるような気がした。KPZ 方程式の厳密解が求まった。「二つ目の不満」も解消されたのだ！

暮れの佐野研訪問のときには厳密解はほぼ完成していたようだ。さらに、あのときの「宿題」への回答も得られている。新しい厳密解から出発して、笹本・シュポーンならではの超人的な計算力で漸近的な挙動を解き明かすと、竹内・佐野が実験結果から見いだした「 $t^{-1/3}$ に比例するゆっくりとした収束」の存在が厳密に示されるのである。



6 月になって、竹内・佐野²⁾ と笹本・シュポーン³⁾ の論文が PRL に並んで掲載された。この長く寒い冬のあいだに、KPZ 方程式についての知見が大きく前進し、「ゆらぐ界面」をめぐる物理の風景がはっきりと変化したのだ。ちょっと大げさに言えば、こうして、人類は少しだけ賢くなった。

参考文献

- 1) M.Kardar et al., Phys.Rev.Lett. **56**, 889 (1986).
- 2) K.A.Takeuchi, M.Sano, Phys.Rev.Lett.**104**,230601 (2010).
- 3) T.Sasamoto, H.Spohn, Phys.Rev.Lett.**104**,230602 (2010).