

# Box & Jenkins 流時系列分析のマーケティングデータへの適用 ～その有効性と問題点

On the Application of Box-Jenkins model to Marketing fields  
～Its usefulness and limitations

田島博和  
学習院大学大学院  
経済学部

上田隆穂  
学習院大学  
経済学部

清水 聰  
明治学院大学  
経済学部

## 1. はじめに

近年日本でも、POSデータやスキャンパネルデータを始めとする機械可読型マーケティングデータの収集・蓄積はめざましく、従来は適用不可能であった大規模な計量経済モデルや、いわゆる市場の異質性を考慮した非集計レベルのマーケティングモデルを用いた実証分析が行われている事は、周知の事実である。

一般に Box & Jenkins 流モデルと呼ばれる時間領域の時系列モデル群も、ある程度タイムスパンの長いデータを必要とする計量経済モデルの一つである。そしてデータの蓄積が豊富な理論経済学や金融の分野では、主にその予測精度の高さから、古くから実用化されてきた。そしてマーケティングの分野でも近年、特に広告効果の測定を目的とした適用例が増えている。

この研究では、これまで我々筆者三人が行ってきた ARMA モデルから同時方程式型伝達関数モデルまでの Box & Jenkins 流時系列モデルのマーケティングデータへの適用研究の結果を批判的にふまえて、その問題点を指摘し、それらを考慮したモデルを提示するとともに、時系列モデルをマーケティング

データに適用する場合の有効性と問題点を論じる。

## 2. マーケティングにおける時系列分析 ～ レビュー及び問題点の指摘

### 2-1 Box & Jenkins 流時系列モデルの概要

ここで扱う Box & Jenkins 流時系列分析とは、(時系列) データの自己相関等の統計的指標に着目してモデル (の構造) を決定していく時間領域のアプローチであり、スペクトル分析に代表される周波数領域の時系列モデルに比べて、必要とされるデータが相対的に短く、また分析スキームが比較的分かりやすいという長所を持つ。

このアプローチの最も基本的なモデルとして、一変量の自己回帰モデルを挙げる事ができる。

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

(但し  $\varepsilon_t$  は、独立かつ同一に正規分布に従う誤差項を表す。)

この式は  $y_t$  を  $t-p$  期から  $t-1$  期までの自分自身の過去の値で近似する事から、特に  $p$  階の自己相関 (AR: AutoRegressive) モデル

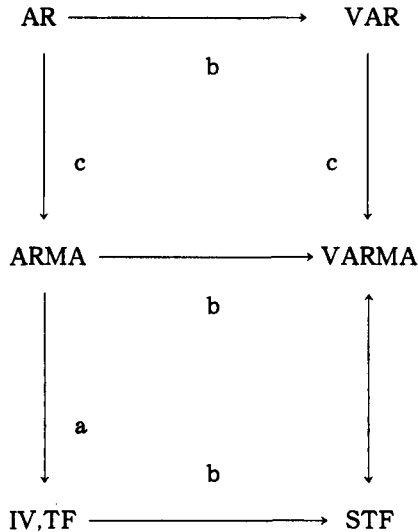
と呼び、AR(p) と表す事が多い。

ところでAR(p) モデルは、少なくとも次のような方向で拡張される。

- y<sub>t</sub>とは全く別の時系列を説明変数に取り込む。
- 時系列をベクトル化する。
- 誤差項に関する正規性の仮定を緩める。

これをダイアグラムにすると、次のようになる。

(ダイアグラム中のアルファベットは、上で述べた拡張の方向を表す。)



但し、

ARMA (AutoRegressive Moving Average model)

: 自己相関移動平均モデル

TF (Transfer Function model)

: 伝達関数モデル

IV (InterVention model)

: 干渉関数モデル

VARMA (Vector AutoRegressive Moving Average model)

: 多変量 ARMA モデル

STF (Simultaneous Transfer Function model)

: 同時方程式型伝達関数モデル

## 2-2 マーケティングデータへの適用例に関するレビュー

前述の通り、(Koyck ラグモデルを含めて) マーケティングデータへの適用例は広告効果を考慮したモデルが多い。その理由として、費用換算のデータが、長期間分蓄積している。

広告の累積効果に関する研究が過去に多くなされている。

マネジリアルな要請にもかかわらず、有効な広告効果測定手法が少ない。

等が挙げられる。更にその多くは ARIMA モデルや伝達関数モデルといった比較的簡単なモデルであり、VARMAモデルを始めとする複雑なモデルは、統計的な議論にとどまっている事が多い。ここではその幾つかを紹介する。

・Bass (1969): 集計レベルの年次データを同時方程式モデルで分析することにより、たばこの広告効果とブランド・スイッチの関係を研究。ただし広告費支出と売上との間の一方的な因果関係を仮定していない。

・Hanssens and Liu (1983): 有理同時方程式型伝達関数モデル (RTF) を提唱し、モンテカルロ・シミュレーションによってモデルの構造を調べる。

・Liu (1987): ベクトル ARIMA モデルを用いて広告効果を測定。

・Somers et al. (1990): 家具業界の広告費支出を伝達関数モデルを用いて分析。

メーカー協賛の広告費を用いてディーラーの広告費の予測が可能。またそのメカニズムは両者の戦略的同盟 (strategic alliance) から説明される。

・Krishnamurthi et al. (1989) : スプリット CATV システムを用いて広告量を人為的にコントロールしたデータを伝達関数モデルで分析することにより, 広告効果を測定。

・Lin (1989) : 病院の入院患者数のデータを用いて, ARIMA モデル, ベクトル ARIMA モデル, そして Holt-Winters による指数平滑モデルの予測力を比較。

・上田, 田島 (1992) : 調味料, および男性用化粧品等の販売予測に伝達関数モデルを適用。

・清水 (1992) : 小売り店舗の売上を消費者の変動的購買と慣習的購買に分解して, 干渉モデルを適用。

・上田, 清水, 田島 (1992a) : アイテム間の競合関係を考慮して, 同時方程式型伝達関数モデルをマーケティングデータに適用。

## 2-3 (マーケティングデータに適用する際の) 問題点の指摘

我々はこれまで Box & Jenkins アプローチの様々なモデルを, 家計消費財の販売量予測の目的で POS データをはじめとする集計レベルのマーケティングデータに適用してきた。しかし得られたモデルを帰帰モデル等と比較した場合, その分析に要する労力に比べて外挿予測力で劣る場合もあり, 今のところ Box & Jenkins 流アプローチをさらに精緻化して予測力の向上を計ったり, また理論的な仮説を実証するために適用する意義が必ずしも大きいとは思われない。今回はその理由として以下の問題を指摘し, モデルの改良を試みる。

### 問題点 1 一変数モデルで販売予測を行う事の限界。

一変数の ARIMA モデルは確かにハンドリングが容易であるが, 基本的に, 「過去の動きを描いたグラフをその規則性をなぞって, 鉛筆などで先にのぼす事を精緻化した」モデルである。従って (非周期的な) 広告露出や

店内プロモーションの影響を大きく受ける家計消費財の販売量予測には不相当であるかもしれない。

### 問題点 2 説明変数の取り込みかたに関する注意。

上述より, 説明変数をモデルに取り込む事が必要であるが, 予め不必要に多くの説明変数を設定しておき, (統計的, または先験的に) 有効な変数だけを徐々に絞る方法は, 次で述べるように, 変数間の多重共線性や, 同時推定された多数のパラメータが頑健でない事から不可能である。

### 問題点 3 多くのパラメータを同時推定する事の困難さ。

Box & Jenkins 流アプローチでは, モデルの同定 (identification) やパラメータの選択は, 自己相関係数 (ACF) や偏自己相関係数 (PACF) 等の統計的指標を用いて行われる。しかし同定作業にはある程度の経験と作業量が必要であり, 更に変数間の多重共線性等によって推定されたパラメータが統計的に頑健でない事が多い。従ってモデルに取り込むべき説明変数を, 先験的知識によって予め定めておく必要があると思われる。

### 問題点 4 モデル構造の線形制約。

Box & Jenkins 流のモデルは, パラメータに関して線形 (加法的) である。これは例えば伝達関数モデルによって広告や店内プロモーション等の効果を考慮する場合はその効果逓減性と矛盾する。またシェアモデルを考える場合は, 論理的整合性を満たしていない。さらに説明変数間の交互作用を考慮する事も困難である。

### 問題点 5 「理論なき計測」 (Measurement without Theory) の問題。

理論計量経済学で古くから行われている議

論であるが、時系列モデルは一般にモデル構造そのものも、分析対象となるデータから求められるので、(理論的、または経験的) 先験的知識を取り込みにくいという特徴を持つ。

### 3. 問題点を考慮したモデルの概要

これまでの実証例と上で指摘した問題点を考慮して、ここでは分布ラグ構造に既存の広告効果研究の結果とプロモーションとのダイナミックな交互作用を取り入れた5次のKoyckモデルと、シェアモデルの論理的整合性を満たすためにMCIモデルにおける対数線形構造を有理型伝達関数と見なしたモデルという二つのシェアモデルを考える。

#### 3-1 広告とプロモーションのダイナミックな交互作用を取り入れたモデル

プロモーション活動と広告研究との関係を見ると、プロモーション活動の方が広告よりも当該ブランドの売上に貢献していた。広告には累積効果がある事は明らかなようだが、それらは直接売上には結びついていない。しかし、プロモーション活動との交互作用という点からみると、効果を示す研究もある。

Koyckモデルは広告効果モデルとして有名であり、古くから用いられている。そして無限幾何級数で表された広告の残存効果は、人間の記憶力(再生、再認)の減衰曲線に対応すると解釈する事が出来るが、自由度の関係上、パラメータの推定は一般に困難である。

ところで広告は、想起集合に覚え込ませるには効果がある事が分かっている。もしプロモーション活動が、その想起集合に当該ブランドが入っている期間に行われているのなら、見かけはプロモーション活動だけが効果を示しているように見受けられても、実際は広告との交互作用であるといえる。そこで、想起集合に当該ブランドが記憶されている期

間をあらかじめ設定し、その期間とプロモーションの交互作用を考えたのが、このモデルである。

そこで今回は広告の記憶率に関する過去の研究に立脚して、広告の残存効果に0.5をウェイトに持つ5次の幾何級数を当てはめる。即ち消費者は過去最大5期までの広告を記憶しているが、その記憶は期を追う毎に半減していくと考えるのである。さらにマーケティング変数間の交互作用を考慮する。

#### 3-2 MCI型構造を取り入れた時系列モデル

市場シェアの推移をモデル化する場合、総和が1に等しいといういわゆる論理的整合性を求められる場合がある。そこでここではCooper-Nakanishi(1988)のMCIモデルにおける対数線形構造を有理型伝達関数モデルと見なして、パラメータを推定する。

## 4. 実証分析

我々は株式会社ビデオ・リサーチ社のホームスキニング・データを時間とアイテムに関して集計したデータと、それに関するコーザルデータ(販売価格、エンド陳列ダミー、広告GRP)を用いて実証分析を行った。概要は以下の通りである。

カテゴリー：重質洗剤

期間：週単位で'90.04/20から'  
92.03/30の105週間

対象パネル：関東地方のある一都市に在住する1000人

コーザルデータ：スーパー13店(対象パネルの収集店の全購買の1/3をカバー)

このデータを用いて、1~92週でモデルのパラメータが推定を行い、93~105週で外挿予測を行ったときの各モデルのMAPEを以下に挙げる。

モデル	MAPE
ARIMA モデル	0.411
伝達関数モデル	0.622
有理型伝達関数モデル	0.406
線形回帰モデル	0.363
Koyck モデル	0.402
修正山中モデル	0.466
広告ストックモデル	0.362
広告記憶率モデル	0.339
MCI 援用型モデル	0.200

## 5. 結 論

今回の実証分析では、既存の研究成果を積極的に取り込んだモデルが従来の Box & Jenkins 流モデルと比較して高い予測力を示した。これはごく限られたデータを用いた実証例の一つであるので、これをもって不偏的な結論を導き出すつもりは毛頭無いが、このようなアプローチが必ずしも無意味でない事は立証された事になろう。

またこの試みは、先験的知識を用いず、おもに統計的な指標だけを用いてモデルを決定しようとする Box & Jenkins 流分析手法とは異質の物であるが、これを持って Box & Jenkins 流分析手法を否定するわけではない。モデルの簡便さや一律的な分析スキームは、マネジリアルな要請、特に出荷量予測を始めとする集計レベルの分析には十分答えられると思われるからである。

## 謝 辞

(株)ビデオ・リサーチには、今回の実証分析のためにデータを提供して頂いた。ここに御礼申し上げたい。

## 参考文献

・時系列モデル自体に関する物

- [1] Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. (1970), *Time Series Analysis: forecasting and control*, Holden-Day.
- [2] Grillenzoni, C. (1991), "Simultaneous Transfer Functions versus Vector ARMA Models," *Journal of Forecasting*, 10.
- [3] Hanssens, D. and Liu, L.-M. (1983), "Lag Specification in Rational Distributed Lag Structural Models," *Journal of Business & Economic Statistics*, 1-4.
- [4] Hanssens, D.M., Parsons, L.J. and Schultz, R.L. (1989), *Market Response Models: Econometric and Time Series Analysis*, Kluwer.
- [5] Harvey, A. C. (1981), *Time Series Models*, Philip Allan Publishers. (国友直人・山本拓訳, 『時系列モデル入門』, 東京大学出版会, 1985)
- [6] Helmer, R.M. and Johansson, J.K. (1977), "An Exposition of the Box-Jenkins Transfer Function Analysis with an Application to the Advertising-Sales Relationship," *Journal of Marketing Research*, Vol.XIV.
- [7] Krishnamurthi, L., Narayan, J. and Raj, S.P. (1989), "Intervention analysis using control series and exogenous variables in a transfer function model," *International Journal of Forecasting*, 5.
- [8] Liu, L.-M. and Hanssens, D. (1982), "Identification of multiple input transfer function models," *Communications in Statistics*, A11.
- [9] Liu, L.-M. (1991), "Use of Linear Transfer Function Analysis in Economic Time Series Modelling," *Statistica Sinica*, 1-2.

- [10] Vandaele, W. (1983), *Applied Time Series and Box-Jenkins models*, Academic Press. (養谷千鳳彦・廣松毅訳, 『時系列入門』, 多賀出版, 1988)
- [11] 折谷吉治 (1979), 「時系列分析について」, 『金融研究資料』, 4, 9月.
- [12] 山本拓 (1988), 『経済の時系列分析』, 創文社.  
・時系列モデルのマーケティングデータへの適用に関する物
- [13] Adams, A.J. and Moriarty, M.M. (1981), "The Advertising-Sales Relationship: Insights from Transfer function modeling," *Journal of Advertising Research*, Vol.21, No.3.
- [14] Bass, F.M. (1969), "A Simultaneous Equation Regression Study of Advertising and Sales of Cigarettes," *Journal of Marketing Research*, 6.
- [15] Bass, F.M. and Clarke, D.G. (1972), "Testing Distributed Lag Models of Advertising Effect," *Journal of Marketing Research*, Vol.9.
- [16] Hanssens, D.M. (1980), "Bivariate Time Series Analysis of the Relationship between Advertising and Sales," *Applied Economics*, 12.
- [17] Leone, R.P. (1987), "Forecasting the Effect of an Environmental Change on Market Performance: An Intervention Time Series Approach," *International Journal of Forecasting*, Vol.3.
- [18] Lin, W.T. (1989), "Modeling and Forecasting Hospital Patient Movements: Univariate and Multiple Time Series Approach," *International Journal of Forecasting*, 5.
- [19] Liu, L.-M. (1987), "Sales Forecasting using Multi-Equation Transfer Function Models," *Journal of Forecasting*, Vol.6.
- [20] Moriarty, M. and Adams, A. (1979), "Issues in Sales Territory Modeling and Forecasting Using Box-Jenkins Analysis," *Journal of Marketing Research*, Vol.16.
- [21] Pack, D.J. (1990), "In Defence of ARIMA Modeling," *International Journal of Forecasting*, Vol.6.
- [22] Somers, T.M., Gupata Y. P. and Herriot, S. R. (1990), "Analysis of cooperate advertising expenditures," *Journal of Advertising Research*, OCT/NOV.
- [23] Vanhonacker, W.R. (1991), "Testing the Koyck scheme of Sales Response to Advertising: An Aggregation-Independent Autocorrelation Test," *Marketing Letters*, 2: 4.
- [24] 上田隆穂・田島博和 (1992) 「伝達関数モデルの POS データへの適用」, 一橋論叢, 106-5, 529-546.
- [25] 上田隆穂・清水聰・田島博和 (1992 a), 「同時方程式型伝達関数モデルの POS データへの適用」(日本商業学会第42回全国大会レジュメ).
- [26] 上田隆穂・清水聰・田島博和 (1992 b), 「売上高予測モデルの比較～新視点による時系列モデル適用の試み～」(日本マーケティング・サイエンス学会第51回研究大会レジュメ).
- [27] 上田隆穂・小笠原浩修 (1993), 「スキャンパネルデータ利用の広告効果測定」, 『学習院大学経済論集』, 第29巻, 第3, 4合併号.
- [28] 清水聰 (1991), 「小売り店舗の売上と消費者の購買慣習～購買慣習の周期性と小売り店舗の売上～」(日本マーケ

ティング・サイエンス学会第49回研究  
大会レジュメ).

・その他

- [29] Amemiya, T. (1985), *ADVANCED ECONOMETRICS*, Blackwell.
- [30] Cooper, L.G. and Nakanishi, M. (1988), *Market-Share Analysis*, Kluwer.
- [31] Liu, L.-M. et al.(1986), *THE SCA STATISTICAL SYSTEM REFERENCE MANUAL FOR FORECASTING AND TIME SERIES ANALYSIS Version 3*, SCIENTIFIC COMPUTING ASSOCIATES.
- [32] Lilien, G., Kotler, P. and Moorthy, K.S.(1992), *Marketing Models*, Prentice Hall.
- [33] 片平秀貴 (1987), 『マーケティング・サイエンス』, 東京大学出版会.
- [34] 佐和隆光(1983), 「マクロ計量モデルの有効性をめぐって」, 『計量経済学の新展開』(竹内啓編), 東京大学出版会.