『学習院大学　経済論集』第46巻　第3･4合併号（2010年1月）

外部経済性の考察（需要曲面分析<その４>）
──右向きに凸の需要曲線に対応する限界社会便益曲線，並びに純社会便益の最大化を齎す最適な課税額及び補助金額──

川嶋　辰彦*，野呂　純一**

目　次

1　**はじめに**
2　**「均衡価格水準に関する外部経済性」:**
　需要曲面，準導出需要曲線，及び導出需要曲線
3　**総社会便益曲線及び限界社会便益曲線**
4　**純社会便益の最大化: ケース－１～ケース－５**
5　**おわりに**
参考文献

1　はじめに

本稿の主目的は、「均衡価格水準に関する外部経済性」を内含する需要曲面に基づいて，需要曲線[1]及び限界社会便益曲線を求め，その上で純社会便益の最大化を齎す最適課税額及び最適補助金額を，図式分析的[2]に論ずることにある。なお本稿は，川嶋（1975）を淵源に据えて，その後Kawashima (1980)，川嶋・他（2004、2007），野呂・川嶋・平岡（2009）、及び野呂・川嶋（2009）が試みた考察の，延長線上に位置する。

考察を進めるに当たり，需要曲面分析の視座に拠って本稿が扱う外部経済性の基本概念を，以下に整理しておく。

（1）「消費者が或る財又はサーヴィスから享受する効用の水準」が，当該財又はサーヴィスの均衡需要水準[3] に依存して変化する場合，市場に「均衡需要水準に関する外部経

* 学習院大学経済学部。
** 学習院大学経済経営研究所。

１） 後述する理由により，本稿では，需要曲面より求めた需要曲線を「導出需要曲線」と呼ぶ。
２） 本稿各図の作図は，Wolfram Research Inc. (2004) に負うところが大きい。
３） ここで言う均衡需要水準は，一般均衡的需要水準（general equilibratory demand level）ではなく，所与の価格に反応して市場が見せる，部分均衡的需要水準（partial equilibratory demand level）を意味する。川嶋・他（2004、2007），野呂・川嶋・平岡（2009）、野呂・川嶋（2009）は，この需要水準を「仮想均衡水準」又は「仮想均衡需要水準」と呼んだが，本稿では改めて「均衡需要水準」と呼ぶ。

済性」[4] が存在すると言う。

（2）「消費者が或る財又はサーヴィスから享受する効用の水準」が，当該財又はサーヴィスの均衡価格水準[5] に依存して変化する場合，市場に「均衡価格水準に関する外部経済性」[6] が存在すると言う。

（3）需要水準をN，価格水準をP，及び均衡需要水準（又は均衡価格水準）をＭと置いたとき，「個々のＭ値に対して市場が見せる需要曲線全てを包絡的に束ねて覆う曲面」を，需要曲面[7] と呼ぶ。

（4）需要曲面が，「均衡需要水準（又は均衡価格水準）に関する外部経済性」を反映している場合､同曲面を，「『均衡需要水準（又は均衡価格水準）に関する外部経済性』を内含する需要曲面」と呼ぶ。

（5）需要曲面函数を $h(N, M)$ と置くと，上記（3）の枠組の下で描出される需要曲面は，$P = h(N, M)$ で表わされる。この需要曲面函数のＭに関する偏微分値 $\partial h(N, M)/\partial M$ が「正」，「負」又は「零」であるとき，夫々「Ｍに関する外部経済性[8] が市場に存在する」，「Ｍに関する外部不経済性[9] が市場に存在する」，又は「Ｍに関する外部経済性に対して市場は中立である」と言う。

「均衡需要水準に関する外部経済性」[10]を内含する需要曲面についての論考は、冒頭に掲げた論文等で一先ず済ませた。そこで本稿では、川嶋・他（2004）の後半部の流れを受けて、「均衡価格水準に関する外部経済性」を内含する需要曲面の考察を試みる。なおその際，均衡価格水準Ｍは，連続的変数と仮定する。

2　「均衡価格水準に関する外部経済性」：需要曲面，準導出需要曲線，及び導出需要曲線

需要水準，価格水準及び均衡価格水準を夫々Ｎ，Ｐ及びＭで示し，「均衡価格水準に関する外部経済性」を内含する需要曲面函数 $h(N, M)$ を，次の様に定める。

4） 厳密に言えば，「均衡需要水準に関する，正又は負の外部経済性」。この外部経済性は､「『集積』の外部経済性」（Agglomeration external economies）の範疇に属する。

5） ここで言う均衡価格水準は，「注3)で述べた意味での部分均衡的需要水準」に対応する価格水準を指す。川嶋・他（2004）は，この価格水準を「仮想価格水準」と呼んだが，本稿では改めて「均衡価格水準」と呼ぶ。

6） 厳密に言えば､「均衡価格水準に関する、正又は負の外部経済性」。川嶋・他（2004）はこの経済性を「価格効用性・不効用性」と呼んだが、本稿では改めて「均衡価格水準に関する外部経済性」と呼ぶ。なお、この外部経済性は､「『高値（たかね）』の外部経済性」（High-price external economies）とも呼び得るもので、例えば見栄や辺幅を指向する、ブランド商品又は装身具類の市場、或いは美容や健康を指向し高価格イメージの伴なう、化粧品又は稀有な生薬類の市場で発現する、外部経済性として捉えることができる。

7） Ｍが連続である場合，需要曲面は，「無限個数の需要曲線（一般には右下がりの需要曲線）群を覆う包絡曲面」となり、畢竟同包絡曲面は，無限個数の需要曲線それら自体が形作る曲面に他ならない。

8） 厳密には「正の外部経済性」。

9） 又は「負の外部経済性」。

10）この外部経済性を需要曲面の視座に拠り試みる考察は、例えばWalters（1961）による「道路の交通混雑税理論」やBuchanan（1965）による「クラブの理論」の再整理に，聊かなりと寄与し得よう。

本論文冒頭

$P=h(N, M)=2-N^2-2(M-1)^2$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・・（1）
但し，0.0≦M≦2.0，N≧0且つP≧0。

（1）式がN－M－P空間内に描出する需要曲面は，図1が示す様に，点Γ，W，X及びUを含む「半円頂状」を呈する。

需要曲面上にあり，且つ所与のM値の下で価格水準Pと需要水準Nが均衡する点では，$M=P$の条件が満足され[11)]，その様な点は，図2が示す「斜め鉢巻き状」の曲線軌跡ΓΘΛを描く。N－M－P空間内に描出されるこの曲線を，本稿では準導出需要曲線と呼ぶ。

準導出需要曲線をN－P平面上に正射影すると，図3が示す様に，「右向きに凸」（即ち「右凸横置梵鐘状」）の二価函数型曲線CBAを得る。折り返し点Bでベンド・バックする曲線CBAは，価格水準Pと需要水準Nとの関係を示す需要曲線であるが，需要曲面を土台に据えて導き出されている点に留意を促す意味で，同曲線を本稿では導出需要曲線（DD[12)] 曲線）と呼ぶ。ここでDD曲線の下側部分（曲線CBの部分）を往路DD曲線，上側部分（曲線BAの部分）を復路DD曲線と呼ぶことにし，（1）式のMにPを代入して得られる式 $P=h(N, P)$ をPについて解くと，導出需要函数 $DD(N)$ が次の様に求められる。

① 往路DD曲線を表わす $DD(N)$:

$$P=DD(N)=\left(3-\sqrt{9-8N^2}\right)/4 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

但し、0.0≦P≦0.75 且つ 0.0≦N≦ $\sqrt{9/8}$ （≒1.0607）。

② 復路DD曲線を表わす $DD(N)$:

$$P=DD(N)=\left(3+\sqrt{9-8N^2}\right)/4 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (3)$$

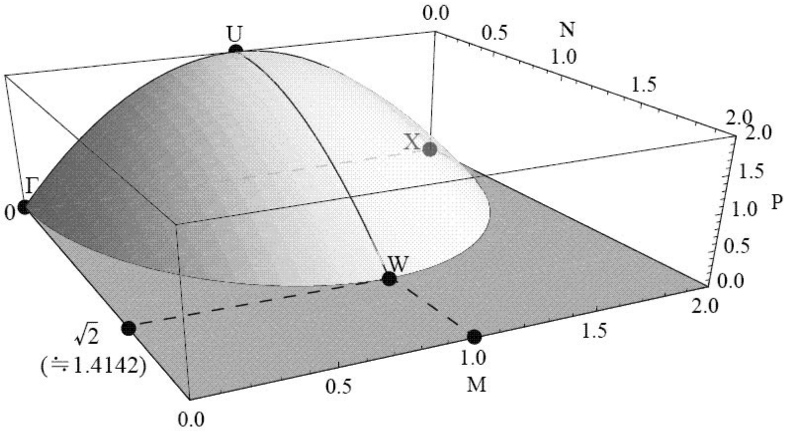
但し、0.75≦P≦1.5 且つ 0.0≦N≦ $\sqrt{9/8}$ （≒1.0607）。

11） M＝Pの条件が満足されていない点では，均衡価格水準Mと価格水準Pの間に乖離が生じるので，この価格水準Pに対応する需要水準Nは均衡需要水準にはなり得ず，設定した仮定に対して理論的不整合が生じる。

12）「Derived demand」の略語。なお，川嶋・他（2004）はこの曲線を「均衡需要曲線」と呼んだが，川嶋・他（2007）以降では「導出需要曲線」と改めて呼んでいる。

本論文冒頭

図1　N －M －P 空間内に描出される需要曲面



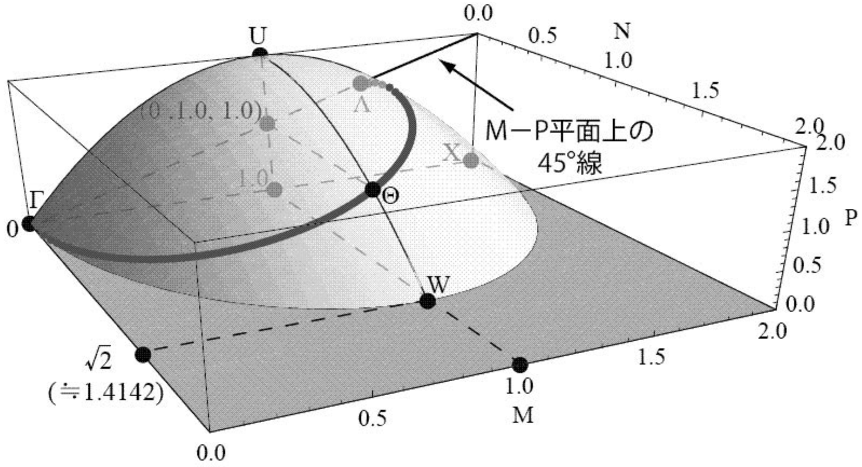
〔注〕

（1） N 、P 及び M は、夫々需要水準、価格水準及び均衡価格水準を示す。

（2） N －M －P 空間内に描出される需要曲面:
点 Γ 、W 、X 及びU を含む半円頂状の曲面であって、次の需要曲面函数 h(N, M)によって表 わされる。
$P = h(N,M) = 2 - N^2 - 2(M - 1)^2$。 但 し、0.0 ≦M ≦2.0 、N ≧0 且つ P ≧0 。

本論文冒頭

図2　需要曲面上に描出される準導出需要曲線



注〕

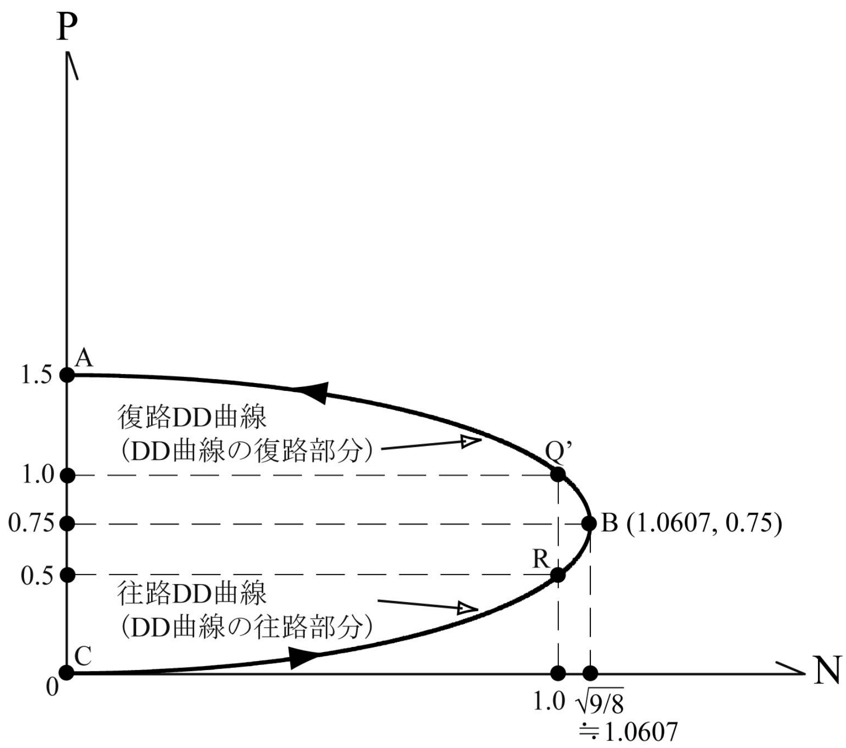
（1） N 、P 及び M は、夫々需要水準、価格水準及び均衡価格水準を示す。

（2） 曲線Γ Θ Λ:準導出需要曲線。
（この曲線は、「図1 が示す需要曲面上にあって且つ『M ＝ P 』を満足する点が、N －M －P空間内に描く「斜め鉢巻き状の曲線軌跡」である。）

（3） 需要曲面函数 h(N,M):
$P = h(N,M) = 2 - N^2 - 2(M-1)^2$。 但 し、0.0 ≦M ≦2.0 、N ≧0 且つ P ≧0 。

本論文冒頭

図3　需要曲面から準導出需要曲線を介して求められる二価函数型の導出需要曲線（DD曲線）



〔注〕

（1）　N及びP は、夫々需要水準及び価格水準を示す。

（2）　曲線CBA：DD 曲線を示し、「このベンド・バック状（右凸横置梵鐘状）」の曲線は次式で表 わされる。

① 曲線CB の部分、即ちDD 曲線の往路部分(往路DD曲線):
$P=1/4(3-\sqrt{9-8N^2})$。但し、$0.0 \leqq P \leqq 0.75$ 且つ $0.0 \leqq N \leqq \sqrt{9/8}$ 。

② 曲線BA の部分、即ちDD 曲線の復路部分(復路DD曲線):
$P=1/4(3+\sqrt{9-8N^2})$。但し、$0.75 < P \leqq 1.5$ 且つ $0.0 \leqq N \leqq \sqrt{9/8}$ 。

（3）点B: DD 曲線の最右側点（即ち、DD 曲線の折り返し点であり、N 値がここで最大となる)。

本論文冒頭

3　総社会便益曲線及び限界社会便益曲線

DD曲線に対応する総社会便益曲線（GSB曲線）を描出するために，本稿では総消費者余剰を総社会便益（GSB[13]）と看做した上で，GSB曲線を表わす総社会便益函数 *GSB(N)* を求める。そこでまず，DD曲線上に任意の点(N, P)を選ぶ。この点に対応する需要曲面上の点(N, M, P)は，準導出需要曲線上にあるので，Pの値はMの値に等しい。よって，点(N, M, P)は点(N, M, M)と表わせ，「Mを固定したときに，『点(N, M, M)を通り且つN－P平面に平行な垂直面』に描出される需要曲線[14]」を表わす需要函数[15]は，*P＝h(N, M)* となる。そこで，*P＝h(N, M)* を*N＝0*から*N＝N*まで積分し，然る後に「Nを引数とする函数」でMを置き換えると，総社会便益函数*GSB(N)* が得られる。具体的には，往路DD曲線及び復路DD曲線に対応するGSB曲線の夫々の部分を，往路GSB曲線及び復路GSB曲線と呼ぶことにすると，*GSB(N)* は次の様に求められる。

① 往路GSB曲線を表わす*GSB(N)* :

$$P = GSB(N) = \left[\int_0^N h(N,M)\,dN \right]_{M=M}$$

（1）式より，

$$P = \left[\int_0^N \left\{ 2 - N^2 - 2(M-1)^2 \right\} dN \right]_{M=M}$$

導出需要曲線が満足する条件M＝P，及び（2）式より，

$$P = \left[\int_0^N \left\{ 2 - N^2 - 2(M-1)^2 \right\} dN \right]_{M=P=DD(N)=\left(3-\sqrt{9-8N^2}\right)/4}$$

$$\therefore\quad P = N\left\{ 2/3\,N^2 + \left(3 - \sqrt{9-8N^2}\right)/4 \right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

但し、$0.0 \leqq P \leqq 9\sqrt{2}/8$ （≒1.5910）且つ $0.0 \leqq N \leqq \sqrt{9/8}$ （≒1.0607）。

13)「Gross social benefit」の略語。

14)　二次元平面に描出されるこの需要曲線は，導出需要曲線（DD曲線）ではないことに留意されたい。

15)　この需要函数は，導出需要函数*DD(N)* ではないことに留意されたい。

本論文冒頭

② 復路GSB曲線を表わす*GSB(N)*:

$$P = GSB(N) = \left[\int_{0}^{N} h\left(N, M\right) dN \right]_{M=M}$$

（1）式より，

$$P = \left[\int_{0}^{N} \left\{ 2 - N^{2} - 2(M-1)^{2} \right\} dN \right]_{M=M}$$

準導出需要曲線が満足する条件M＝P，及び（3）式より，

$$P = \left[\int_{0}^{N} \left\{ 2 - N^{2} - 2(M-1)^{2} \right\} dN \right]_{M=P=DD(N)=\left(3+\sqrt{9-8N^{2}}\right)/4}$$

$$\therefore \quad P = N\left\{ 2/3\,N^{2} + \left(3 + \sqrt{9-8N^{2}}\right)/4 \right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

但し、$0.0 \leqq P \leqq 1.6855$ 且つ $0.0 \leqq N \leqq \sqrt{9/8}$（≒1.0607）。

上の（4）及び（5）式に拠り，図4が示す「トンボ羽根状」の二価函数型曲線$CB_0B_1B_2B_3B_4B_5C$ が，GSB曲線として描出される。ここで，曲線$CB_0B_1B_2$及び曲線$B_2B_3B_4B_5C$は，夫々往路GSB曲線及び復路GSB曲線を表わす。また，点B_2はGSB 曲線の最右側点[16)] を示し，点B_3及び点B_5は復路GSB曲線の頂点及び変曲点を夫々示す。

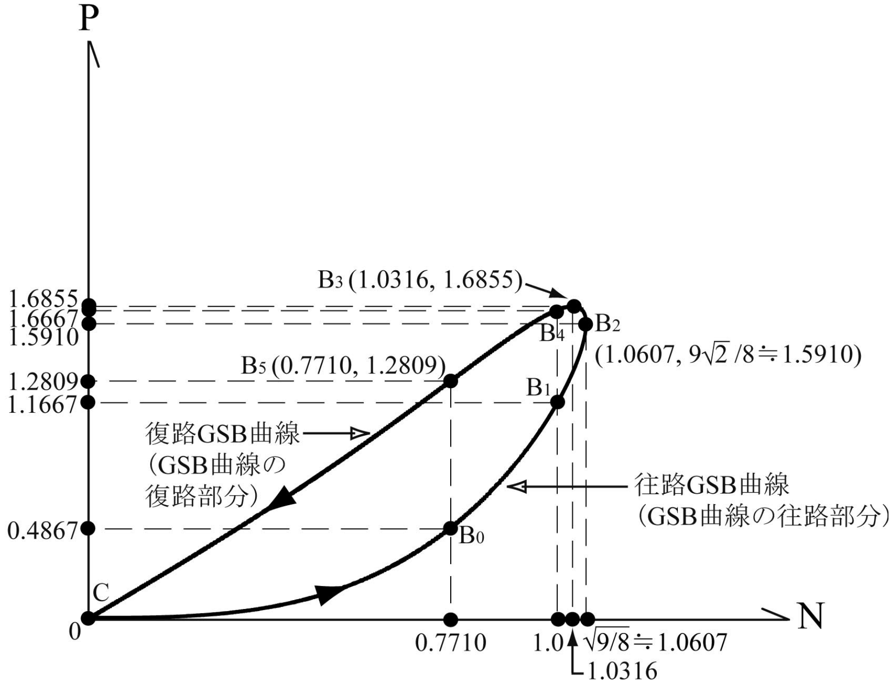
このGSB曲線に対応する限界社会便益曲線（MSB[17)] 曲線）を描出するには，MSB曲線を表わす限界社会便益函数 *MSB(N)* を，総社会便益函数*GSB(N)*から求めればよい。*MSB(N)* は*GSB(N)* のNに関する一次導函数として定義されるので，往路DD曲線及び復路DD曲線に対応するMSB曲線の各部分を，夫々往路MSB曲線及び復路MSB曲線と呼ぶと，*MSB(N)* は次の様に求められる。

16） 即ち，GSB曲線の折り返し点。

17）「Marginal social benefit」の略語。

本論文冒頭

図4　需要曲面から求められる二価函数型の総社会便益曲線（GSB曲線）



〔注〕

（1）　N及びP は、夫々需要水準及び価格水準を示す。

（2）　本図のGSB 曲線は、総消費者余剰曲線（GCS 曲線）を意味する。

（3）　曲線$CB_0B_1B_2B_3B_4B_5C$:

GSB 曲線を示し、この「トンボ羽根状」の曲線は次式で表わされる。

① 曲線$CB_0B_1B_2$の部分、即ち「往路DD曲線に対応するGSB曲線」(GSB曲線の往路部分、又は往路GSB 曲線):

$P = N\{2/3N^2+(3-\sqrt{9-8N^2})/4\}$。

但し、$0.0 \leqq P \leqq 9\sqrt{2}/8$ （=1.5910）且つ $0.0 \leqq N \leqq \sqrt{9/8}$ 。

② 曲線$B_2B_3B_4B_5C$の部分、即ち「復路DD曲線に対応するGSB曲線」(GSB曲線の復路部分、又は復路GSB曲線):

$P = N\{2/3N^2+(3+\sqrt{9-8N^2})/4\}$。但し、$0.0 < P \leqq 1.6855$ 且つ $0.0 \leqq N \leqq \sqrt{9/8}$ 。

（4）　点B_2: GSB曲線の最右側点（即ち、GSB曲線の折り返し点であり、N値がここで最大となる)。

（5）　点B_3:復路GSB曲線の頂点（この点でGSB曲線のP値が最大となる）。

（6）　点B_1の座標: (1.0, 7/6)、点B_4の座標: (1.0, 5/3)。

（7）　点B_5: 曲線$B_2B_3B_4B_5C$上の変曲点。

（8）　曲線$CB_0B_1B_2$上の点Cに於ける接線の傾き: 0.0 。

（9）　曲線$B_2B_3B_4B_5C$上の点Cに於ける接線の傾き: 1.5 。

本論文冒頭

① 往路MSB曲線を表わす *MSB(N)* :

P=MSB(N)= dGSB(N)/dN

（4）式より，

$$P = d\left[N\left\{2/3N^2 + \left(3 - \sqrt{9-8N^2}\right)/4\right\}\right]/dN$$

$$\therefore\quad P = 1/4\left\{8N^2 + 3 + (16N^2 - 9)/\sqrt{9-8N^2}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(6)}$$

但し、P≧0.0 且つ 0.0≦N≦ $\sqrt{9/8}$ （≒1.0607）。

② 復路MSB曲線を表わす *MSB(N)* :

P=MSB(N)= dGSB(N)/dN

（5）式より，

$$P = d\left[N\left\{2/3N^2 + \left(3 + \sqrt{9-8N^2}\right)/4\right\}\right]/dN$$

$$\therefore\quad P = 1/4\left\{8N^2 + 3 + (9 - 16N^2)/\sqrt{9-8N^2}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(7)}$$

但し、P≦1.8769 且つ 0.0≦N≦ $\sqrt{9/8}$ （≒1.0607）。

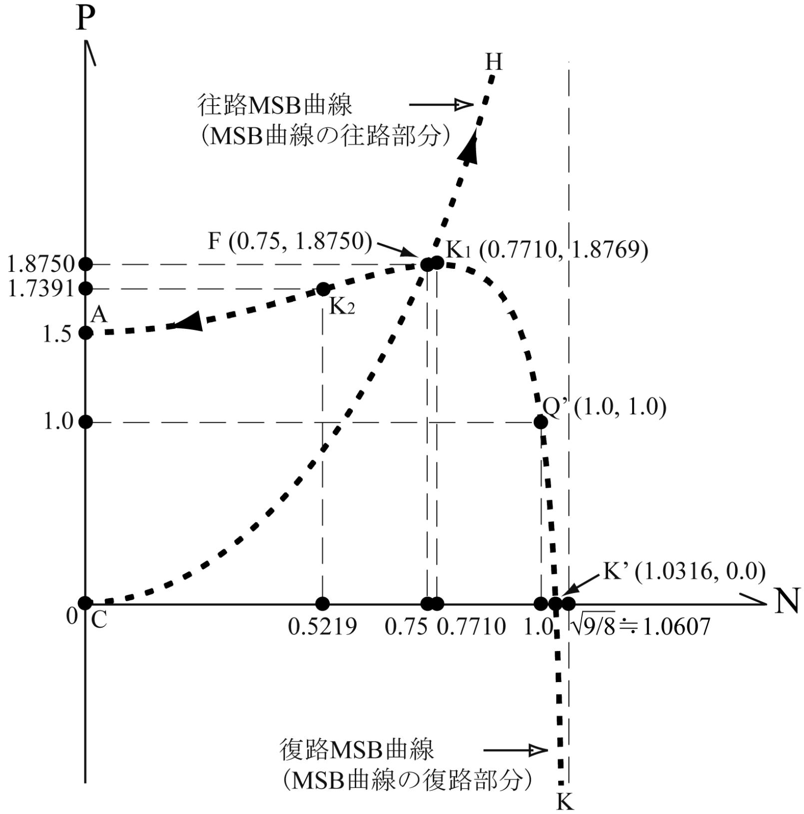
上の（6）及び（7）式に拠り，図5が示す「番（つが）いの弓矢状」を呈する2本の点線で表される曲線CFH（往路MSB曲線）及び曲線KK$_1$A（復路MSB）が，MSB曲線として描出される。

なお，前者は原点を起点とする右上りの曲線で， N→$\sqrt{9/8}$ のときP→－∞となる。後者は，Nが「$\sqrt{9/8}-0$」から0に向けて戻るに従い，点（$\sqrt{9/8}$ －0, －∞）からN軸切片の点K’(1.0316, 0)を経て点K$_1$(0.7710, 1.8769)まで増加し，その後は点A(0, 1.5)に向けて減少する。また，点Fは往路MSB曲線と復路MSB曲線の交点を示し，点K$_1$及び点K$_2$は復路MSB曲線の頂点及び変曲点を夫々示す。

DD曲線（図3）及びMSB曲線（図5）を，同一のN－P平面に描出すると図6を得る。両曲線は点C及び点Aで出合い，点Q及び点Q’で交わる。

本論文冒頭

図5　総社会便益曲線（GSB曲線）から求められる限界社会便益曲線（MSB曲線）



〔注〕

(1)　N 及び P は、夫々需要水準及び価格水準を示す。

(2)　本図のMSB曲線は、限界消費者余剰曲線（MCS曲線）を意味する。

(3)　曲線CFH及び 曲線KK_1A:MSB曲線を示し、この「番（つが）いの弓矢状」の曲線は次式で表わされる。

① 曲線CFH 、即ち「往路DD曲線に対応するMSB曲線」（MSB曲線の往路部分、又は往路MSB曲線):

$P = 1/4\{8N^2+3+(16N^2-9)/\sqrt{9-8N^2}\}$。但し、$P \geqq 0.0$ 且つ $0.0 \leqq N < \sqrt{9/8}$ 。

② 曲線KK_1A 、即ち「復路DD曲線に対応するMSB曲線」（MSB曲線の復路部分、又は復路MSB 曲線):

$P = 1/4\{8N^2+3+(9-16N^2)/\sqrt{9-8N^2}\}$。但し、$P \leqq 1.8769$ 且つ $0.0 \leqq N < \sqrt{9/8}$ 。

(4)　$\int_0^{\sqrt{9/8}} 1/4\{8N^2+3+(16N^2-9)/\sqrt{9-8N^2}\}dN$　1.5910。
(この値は当然の事ながら、$N=\sqrt{9/8}$ に対して図4 の往路GSB曲線より求められる総社会便益（1.5910 ）に等しい。)

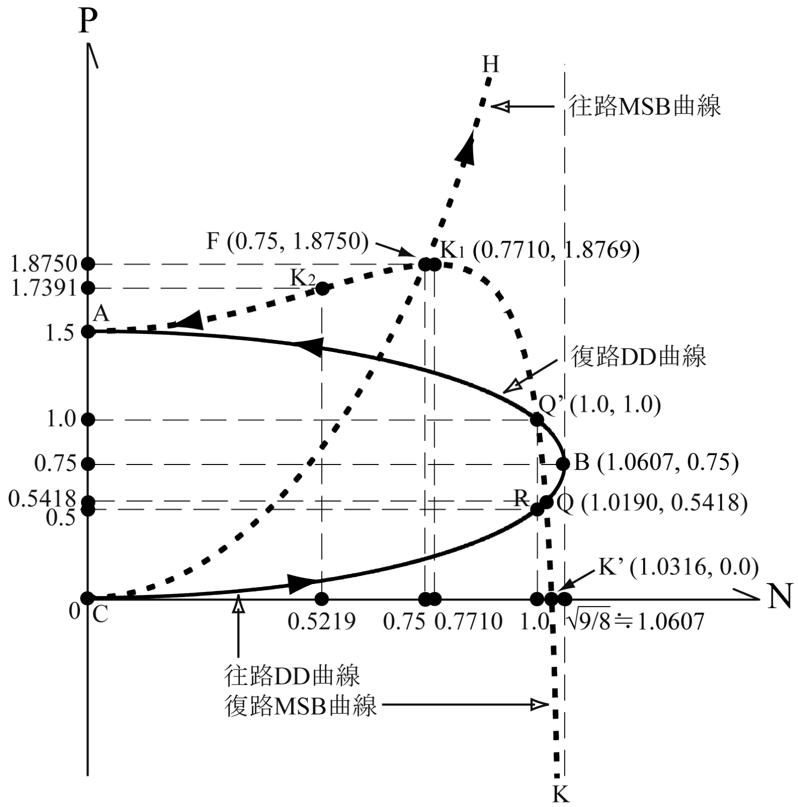
(5)　$\int_0^{\sqrt{9/8}} 1/4\{8N^2+3+(9-16N^2)/\sqrt{9-8N^2}\}dN$　1.5910。
(この値は当然の事ながら、$N=\sqrt{9/8}$ に対して図4 の復路GSB曲線より求められる総社会便益（1.5910 ）に等しい。)

(6)　点K_1: 復路MSB曲線KK_1Aの頂点。

(7)　点K_2: 復路MSB曲線KK_1Aの変曲点。

本論文冒頭

図6　導出需要曲線（DD曲線）と限界社会便益曲線(MSB曲線):
N －P平面上への同時描出



〔注〕

（1）　N 及び P は、夫々需要水準及び価格水準を示す。

（2）　曲線CBA: DD曲線を示し、次式で表わされる。

① 曲線CBの部分、即ち往路DD曲線:

$P = 1/4(3 - \sqrt{9 - 8N^2})$。但し、0.0 ≦ P ≦ 0.75 且つ 0.0 ≦ N ≦ $\sqrt{9/8}$ 。

② 曲線BAの部分、即ち復路DD曲線:

$P = 1/4(3 + \sqrt{9 - 8N^2})$。但し、0.75 ＜ P ≦1.5 且つ 0.0 ≦ N ≦ $\sqrt{9/8}$ 。

（3）　曲線CFH及び曲線KK1A: MSB曲線を示し、次式で表わされる。

① 曲線CFH、即ち「往路DD曲線に対応する往路MSB曲線」:

$P = 1/4\{8N^2 + 3 + (16N^2 - 9)/\sqrt{9 - 8N^2}\}$。但し、P ≧ 0.0 且つ 0.0 ≦ N ＜ $\sqrt{9/8}$ 。

② 曲線KK1A 、即ち「復路DD曲線に対応する復路MSB曲線」:

$P = 1/4\{8N^2 + 3 + (9 - 16N^2)/\sqrt{9 - 8N^2}\}$。但し、P ≦ 1.8769 且つ 0.0 ≦ N ＜ $\sqrt{9/8}$ 。

（4）　点B: DD曲線の折り返し点。

（5）　点K1: 復路MSB曲線KK1Aの頂点。

（6）　点K2: 復路MSB曲線KK1Aの変曲点。

本論文冒頭

4　純社会便益の最大化: ケース－１～ケース－５

以上の準備を踏まえ，右向きに凸の導出需要曲線を対象に据えて，純社会便益[18]の最大化を齎す最適課税額及び最適補助金額，並びにそれらと密接に関連する幾つかの要点を事例別に考察する目的で，ケース－1からケース－5までの5本の価格曲線（P[19]曲線）を設定する。価格函数を $P(N)$ とすると，5本のP曲線は次の様に表わされる。

（1）ケース－1：$P = P(N) = 0.1$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・（８）
（2）ケース－2：$P = P(N) = 0.5$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・（９）
（3）ケース－3：$P = P(N) = 0.75$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・（10）
（4）ケース－4：$P = P(N) = 1.0$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・（11）
（5）ケース－5：$P = P(N) = 1.5$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・（12）

P曲線は何れも直線[20]で与えられているので $P(N)$ は固定値をとる。限界社会費用函数 $MSC(N)$ は，総社会費用（$P(N) \times N$）をNについて微分した函数であるので， $P(N)$ が固定値をとる場合，$MSC(N)$ は $P(N)$ と一致する。よって，限界社会費用曲線（MSC[21]曲線）とP曲線は，上で設定した全てのケースに於いて一致する。

ケース－1～ケース－5の $P(N)$ が表わすP曲線を，ケース順に直線 $L_1L'_1$，$L_2L'_2$，・・・，$L_5L'_5$ とし，これらの直線を夫々図6に重ね合わせると図7～11を得る。そこでは，ケース i（但し $i = 1, 2, \cdots, 5$）に対して，均衡点が点 E_i，最適点（即ち，純社会便益を最大化する点）が点 J_i，最適課税額又は最適補助金額が線分 $\overline{J_iJ_{iT}}$ の長さ，錯誤の最適課税額又は最適補助金額[22]が線分 $\overline{J_iJ_{iF}}$ の長さ，純社会便益を最小化する点が点 G_i，並びに純社会便益の最小化を齎す課税額又は補助金額が線分 $\overline{G_iG_{iY}}$ の長さによって，夫々示されている。なお，図中の点 J_{iT}，点 J_{iF}，及び点 G_{iY} は，夫々次のように定められる（但し $i = 1, 2, \cdots, 5$）。

（1）最適課税額（又は最適補助金額）との関係で図中に示される，最適な課税後（又は最適な補助金給付後）の均衡点 J_{iT} は，「点 J_i を通る垂線とDD曲線との交点」（この種の交点は一般に，往路DD曲線上と復路DD曲線上に夫々一つずつ存在する）であるが，点 J_i が往路MSB曲線上に位置するときには，同垂線と往路DD曲線との交点に当たり，点 J_i が復路MSB曲線上に位置するときには，同垂線と復路DD曲線との交点に当たる。ここでは，点 J_i が位置するMSB曲線の往路・復路の別に，点 J_{iT} が位置するDD曲線の往路・復路の別が同順の形で対応していることに，留意しておきたい。

（2）「錯誤の最適課税額又は最適補助金額」との関係で図中に示される点 J_{iF} は，「点 J_i を通

18）純社会便益は，「総社会便益から総社会費用を減じた差」として定義される。

19）「Price」の略語。

20）野呂・川嶋・平岡（2009）の中で扱われている，「Nに関する外部不経済性を内含する」右上がりの価格曲線を設定して試みる考察も興味深い。しかしその際の考察が辿る本筋は，価格直線を設定した考察と基本的に大きな隔たりはない。よって右上がりの価格曲線を対象とする更なる考察は，次稿以降で改めて試みることとし，本稿では割愛する。

21）「Marginal social cost」の略語。

22）「錯誤の最適課税額又は最適補助金額」の意味については，文中の下記の（2）を参照されたい。

本論文冒頭

る垂線とDD曲線との交点」（この種の交点は一般に，往路DD曲線上と復路DD曲線上に夫々一つずつ存在する）であるが，点J_iが往路MSB曲線上に位置するときには，同垂線と復路DD曲線との交点に当たり，点J_iが復路MSB曲線上に位置するときには，同垂線と往路DD曲線との交点に当たる。ここでは，点J_iが位置するMSB曲線の往路・復路の別に，点J_{iF}が位置するDD曲線の往路・復路の別が同順の形ではなく逆順の形で対応しているために最適点とは言えず，それ故に，線分$\overline{J_iJ_{iF}}$の長さを「錯誤の最適課税額又は最適補助金額」と呼び，点J_{iF}を錯誤点と呼ぶ。

(3) 純社会便益の最小化を齎す点G_iとの関係で図中に示される点G_{iY}は，「点G_iを通る垂線とDD曲線との交点」（この種の交点は一般に，往路DD曲線上と復路DD曲線上に夫々一つずつ存在する）であるが，点G_iが往路MSB曲線上に位置するときには，同垂線と往路DD曲線との交点に当たり，点G_iが復路MSB曲線上に位置するときには，同垂線と復路DD曲線との交点に当たる。ここでは，点G_iが位置するMSB曲線の往路・復路の別に，点G_{iY}が位置するDD曲線の往路・復路の別が，同順の形で対応している。

表1には，上で述べたの点の座標及び線分の長さに加え，価格函数 $P(N)$，均衡点E_iのDD曲線上の位置，最適点J_iのMSB曲線上の位置，錯誤点J_{iF}のDD曲線上の位置，純社会便益の最大値，及び純社会便益の最小値が纏められている。同表に目を遣りながら，均衡点，最適点，並びに幾つかの要点についてケース毎に述べると，次のとおりである。

4-1　ケース－1（図7）

5ケースの中では，価格直線のP軸接片が最も小さい。均衡点E_1は，往路DD曲線上に位置する。よって，均衡点E_1のDD曲線上に立つ位置が僅かに左側（又は右側）にずれると，均衡点は原点（又は点B）に移る。この意味で，元の均衡点E_1は不安定である。

なお，最適点J_1は復路MSB曲線上に位置するので、最適な課税を施した後の均衡点J_{1T}は復路DD曲線上に求められており，線分$\overline{J_1J_{1T}}$の長さ（0.8297）が最適課税額となる。この額の課税徴収により，「均衡価格水準に関する外部経済性」（即ち，「『高値』の外部経済性」）の影響下にある需要水準は，$N=0.5292$から$N=1.0298$へ増加する。それに伴なって齎される純社会便益の最大値は，図形$L_1J_1K_1A$の面積（1.5824）に等しい。

ところで，不安定な均衡点E_1が僅かに左側にずれた時の行き着き先である原点に目を遣ると，そこでは需要水準$N=0.0$が，価格水準$P=0.0$に対応しており，同時に，本ケースが設定する価格直線$P=0.1$に対応している。この状況の下で線分$\overline{J_1J_{1T}}$の長さ(0.8297)相当額を課税することは，価格直線を$P=0.1$から$P=0.9297$へ実質的に引き上げる（「価格水準を$P=0.0$から$P=0.8297$へ上昇させる」訳ではないことに留意されたい）ことになる。その結果，需要水準は，$N=0.0$から$N=1.0298$へ増加し，純社会便益は1.5824の水準で最大化される。

他方，不安定な均衡点E_1が僅かに右側にずれた時の行き着き先である点Bについても，同様な指摘が可能である（但しこの場合，需要水準は増加するのではなく，$N=1.0607$から$N=1.0298$へ減少する）。

本論文冒頭

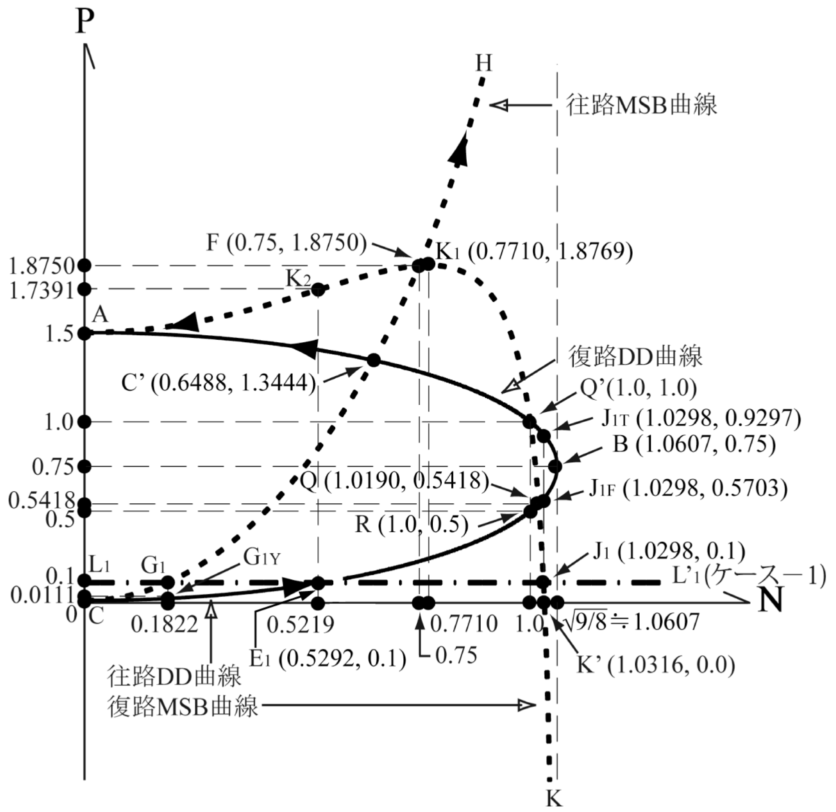
表1　ケース－1 ～ケース－5 の比較

	ケース－i	i =1	i =2	i =3	i =4	i =5
(1)	P 曲線及び MSC曲線 (直線$L_iL'_i$)	P =0.1	P =0.5418	P =0.75	P =1.0	P =1.5
(2)	均衡点E_i、DD曲線上の位置	(0.5292,0.1) 往路DD曲線上	(1.0190,0.5418) 往路DD曲線上	(1.0607,0.75) DD曲線の折り返し点	(1.0,1.0) 復路DD曲線上	(0.0,1.5) 復路DD曲線上
(3)	最適点J_i、MSB曲線上の位置	(1.0298,0.1) 復路MSB曲線上	(1.0190,0.5418) 復路MSB曲線上	(1.0117,0.75) 復路MSB曲線上	(1.0,1.0) 復路MSB曲線上	(0.9554,1.5) 復路MSB 曲線上
(4)	最適課税後の均衡点J_{iT}、DD曲線上の位置	(1.0298,0.9297) 復路DD曲線上	(1.0190,0.9582) 復路DD曲線上	(1.0117,0.9752) 復路DD曲線上	(1.0,1.0) 復路DD曲線上	(0.9554,1.0757) 復路DD 曲線上
(5)	最適課税額: 線分$\overline{J_iJ_{iT}}$ の長さ	0.8297	0.4164	0.2252	0.0	- 0.4243
(6)	純社会便益の最大値	1.5824	1.1296	0.9182	0.6667	0.1760
(7)	錯誤点J_{iF}、DD曲線上の位置	(1.0298,0.5703) 往路DD曲線上	(1.0190,0.5418) 往路DD曲線上	(1.0117,0.5248) 往路DD曲線上	(1.0,0.5) 往路DD曲線上	(0.9554,0.4243) 往路DD曲線上
(8)	錯誤の最適課税額: 線分$\overline{J_iJ_{iF}}$ の長さ	0.4743	0.0	- 0.2252	- 0.5	- 1.0757
(9)	点G_i、MSB曲線上の位置	(0.1822,0.1) 往路MSB曲線上	(0.4199,0.5418) 往路MSB曲線上	(0.4914,0.75) 往路MSB曲線上	(0.5636,1.0) 往路MSB曲線上	(0.6798,1.5) 往路MSB曲線上
(10)	純社会便益の最小化を齎す課税額: 線分$\overline{G_iG_{iY}}$ の長さ	- 0.0889	- 0.4805	- 0.6646	- 0.8853	- 1.3257
(11)	純社会便益の最小値	- 0.0122	- 0.1524	- 0.2475	- 0.3796	- 0.6918

〔注〕
(1)　P曲線、MSC曲線、DD曲線、及びMSB曲線は、夫々価格曲線、限界社会費用曲線、導出需要曲線、及び限界社会便益曲線を意味する。
(2)　最適課税額:純社会便益の最大化を齎す課税額。
(3)　負の課税額は、補助金額を意味する。

本論文冒頭

図7　導出需要曲線（DD曲線）及び限界社会便益曲線（MSB曲線）、並びに価格曲線（P曲線）及び限界社会費用曲線（MSC曲線）: ケ ース－1（P曲線を直線$L_1L'_1$に特定した場合）



〔注〕

（1）　N 及び P は、夫々需要水準及び価格水準を示す。

（2）　曲線CBA: DD曲線を示し、次式で表わされる。

① 曲線CBの部分、即ち往路DD曲線:

$P = 1/4(3 - \sqrt{9 - 8N^2})$。但し、$0.0 \leqq P \leqq 0.75$ 且つ $0.0 \leqq N \leqq \sqrt{9/8}$ 。

② 曲線BAの部分、即ち復路DD曲線:

$P = 1/4(3 + \sqrt{9 - 8N^2})$。但し、$0.75 < P \leqq 1.5$ 且つ $0.0 \leqq N \leqq \sqrt{9/8}$ 。

（3）　曲線CFH及び 曲線KK_1A: MSB曲線を示し、次式で表わされる。

① 曲線CFH 、即ち「往路DD曲線に対応する往路MSB曲線」:

$P = 1/4\{8N^2 + 3 + (16N^2 - 9)/\sqrt{9 - 8N^2}\}$。但し、$P \geqq 0.0$ 且つ $0.0 \leqq N < \sqrt{9/8}$ 。

② 曲線KK_1A 、即ち「復路DD曲線に対応する復路MSB曲線」:

$P = 1/4\{8N^2 + 3 + (9 - 16N^2)/\sqrt{9 - 8N^2}\}$。但し、$P \leqq 1.8769$ 且つ $0.0 \leqq N < \sqrt{9/8}$ 。

（4）　曲線$L_1L'_1$: P曲線及びMSC曲線を示し、ともに次式で表わされる。

$P = 0.1$ 。但し、$N \geqq 0$ 。

（この場合、P曲線とMSC曲線は一致し、夫々直線に転化している。）

本論文冒頭

図7 （続き）

(5)　点E_1(0.5292, 0.1)及び点J_1(1.0298, 0.1)は、夫々均衡点（DD曲線とP曲線との交点）及び最適点（MSC曲線（本ケースの場合はPC曲線と一致）と復路MSB曲線との交点）を示す。
(6)　線分$\overline{J_1J_{1T}}$の長さ: 最適課税額 ＝ 0.8297 。
（純社会便益の最大化を齎す最適課税額は、「点J_1を通る垂線とP曲線（本ケースの場合はMSC曲線と一致）との交点J_1」 及 び「同垂線と復路DD曲線との交点J_{1T}(点J1は復路MSB曲線上に位置するので、ここで求めるべきは垂線と往路DD曲線との交点J_{1F}ではなく、垂線と復路DD曲線との 交点J_{1T}となる。)」の間の距離に等しい。）
(7)　図形$L_1J_1K_1A$の面積: 純社会便益（総社会便益 − 総社会費用）の最大値 ＝ 1.5824 。
（この値は当然のことながら、「『N = 1.0298 に対して図4 の復路GSB曲線が示す総社会便益（1.6854 ）』−『N = 1.0298 に対して本図のP曲線に基づき求められる総社会費用（0.1030 = P × N = 0.1 × 1.0298 ）』 = 1.5824 」に等しい。）
(8)　線分$\overline{J_1J_{1F}}$の長さ: 錯誤の最適課税額 ＝ 0.4703 。
（点J_{1F}は、点J_1を通る垂線と往路DD曲線との交点であり、復路DD曲線との交点ではないことに留意されたい。）
(9)　点G_1（0.1822, 0.1):「純社会便益の最小化に対する必要条件」を満足する点。
（純社会便益最小化の試みは、社会厚生の最適化を論ずる考察では無意味に近いが、MSB曲線とMSC曲線の交点であるという意味に於いては、最適点J_1と同じ立場に置かれている点G_1の理解を助ける目的で、同点について敢えて触れる。）
(10)　線分$\overline{G_1G_{1Y}}$の長さ: 純社会便益の最小化を齎す補助金額 ＝ 0.0889 。
(11)　図形CG_1L_1の面積: 純社会便益の最小値＝ −0.0122 。
（この値は当然のことながら、「『N = 0.1822 に対して図4の往路GSB曲線が示す総社会便益（0.0061）』−『N = 0.1822 に対して本図のP曲線に基づき求められる総社会費用（0.0182 = P × N = 0.1 ×0.1822 ）』 = −0.0121 （丸めの誤差を調整すると、−0.0122 ）」に等しい。）

4-2　**ケース－２（図８）**

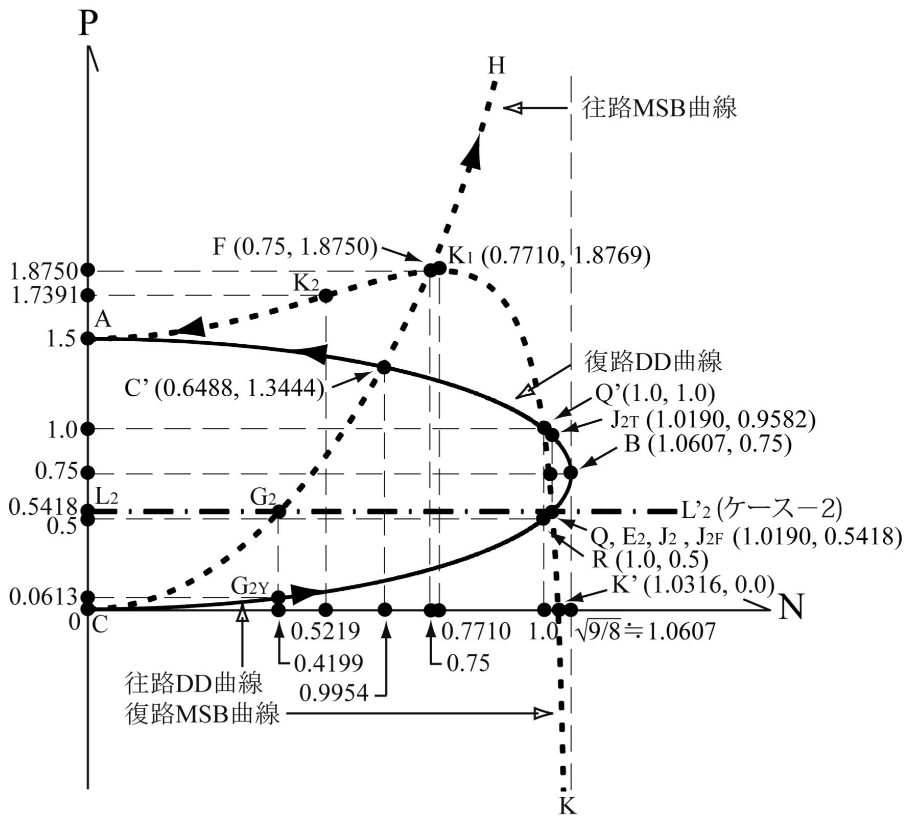
均衡点E_2は往路DD曲線上に位置し，不安定な状態にある。

なお，均衡点E_2は最適点J_2に一致している。従って，恰もレッセ・フェールの政策が最適化を齎らすかの如く見える。しかし，最適点J_2は復路MSB曲線上に位置するので，純社会便益の最大化には復路DD曲線上に位置する点J_{2T}を，課税後の均衡点とすることが求められる。

結局，線分$\overline{J_2J_{2T}}$の長さ（0.4164）が最適課税額であり，この額の課税徴収により，需要は$N=1.0190$の水準に留まるものの，価格直線が$P=0.5418$から$P=0.9582$へ実質的に引き上げられるために，齎される純社会便益の最大値は，図形$L_2J_2K_1A$の面積（1.1296）に等しくなる。

本論文冒頭

図8　導出需要曲線（DD曲線）及び限界社会便益曲線（MSB曲線)、並びに
価格曲線（P曲線）及び限界社会費用曲線（MSC曲線):
ケ ースー2 （P曲線を直線$L_2L'_2$に特定した場合）



〔注〕

（1） N 及びP は、夫々需要水準及び価格水準を示す。

（2） 曲線CBA: DD曲線を示し、次式で表わされる。

① 曲線CBの部分、即ち往路DD曲線:

$P = 1/4(3 - \sqrt{9 - 8N^2})$ **。但し、0.0 ≦ P ≦0.75 且つ 0.0 ≦ N ≦$\sqrt{9/8}$ 。**

② 曲線BAの部分、即ち復路DD曲線:

$P = 1/4(3 + \sqrt{9 - 8N^2})$ **。但し、0.75 ＜ P ≦1.5 且つ 0.0 ≦ N ≦$\sqrt{9/8}$ 。**

（3） 曲線CFH及び曲線KK_1A: MSB曲線を示し、次式で表わされる。

① 曲線CFH 、即ち「往路DD曲線に対応する往路MSB曲線」:

$P = 1/4\{8N^2 + 3 + (16N^2 - 9)/\sqrt{9 - 8N^2}\}$ **。但し、P ≧ 0.0 且つ 0.0 ≦ N ＜$\sqrt{9/8}$ 。**

② 曲線KK_1A 、即ち「復路DD曲線に対応する復路MSB曲線」:

$P = 1/4\{8N^2 + 3 + (9 - 16N^2)/\sqrt{9 - 8N^2}\}$ **。但し、P ≦ 1.8769 且つ 0.0 ≦ N ＜$\sqrt{9/8}$ 。**

（4） 曲線$L_2L'_2$: P曲線及びMSC曲線を示し、ともに次式で表わされる。

本論文冒頭

図8 （続き）

P = 0.5418 。但し、N ≧ 0 。
（この場合、P曲線及びMSC曲線は一致し、夫々直線に転化している。）

(5)　点E_2(1.0190, 0.5418)及び点J_2(1.0190, 0.5418) は、夫々均衡点（DD曲線とP曲線との交点）及び最適点（MSC曲線（本ケースの場合はPC曲線と一致）と復路MSB曲線との交点）を示す。

(6)　線分$\overline{J_2J_{2T}}$の長さ: 最適課税額 ＝ 0.4164 。
（純社会便益の最大化を齎す最適課税額は、「点J_2を通る垂線とP曲線（本ケースの場合はMSC曲線と一致）との交点J_2」 及 び「同垂線と復路DD曲線との交点J_{2T}（点J_2は復路MSB曲線上に位置するので、ここで求めるべきは垂線と往路DD曲線との交点J_{2F}ではなく、垂線と復路DD曲線との交点J_{2T}となる。)」の間の距離に等しい。)

(7)　図形$L_2J_2K_1A$の面積: 純社会便益（総社会便益 − 総社会費用）の最大値 ＝ 1.1296 。
（この値は当然のことながら、「『N = 1.0190 に対して図4 の復路GSB曲線が示す総社会便益（1.6817 ）』－『N = 1.0190 に対して本図のP曲線に基づき求められる総社会費用（0.5521 = P × N = 0.5418 ×1.0190 ）』 = 1.1296 」に等しい。)

(8)　線分$\overline{J_2 J_{2F}}$の長さ: 錯誤の最適課税額 ＝ 錯誤の最適補助金額 ＝ 0.0 。
（点J_{2F}は、点J_2を通る垂線と往路DD曲線との交点であり、復路DD曲線との交点ではないことに留意されたい。)

(9)　点G_2(0.4199, 0.5418):「純社会便益の最小化に対する必要条件」を満足する点。
（純社会便益最小化の試みは、社会厚生の最適化を論ずる考察では無意味に近いが、MSB曲線とMSC曲線の交点であるという意味に於いては、最適点J_2と同じ立場に置かれている点G_2の理解を助ける目的で、同点について敢えて触れる。)

(10)　線分$\overline{G_2G_{2Y}}$の長さ: 純社会便益の最小化を齎す補助金額 ＝ 0.4805 。

(11)　図形CG_2L_2の面積: 純社会便益の最小値 ＝ −0.1524 。
（この値は当然のことながら、「『N = 0.4199 に対して図4 の往路GSB曲線が示す総社会便益（0.0751 ）』－『N = 0.4199 に対して本図のP曲線に基づき求められる総社会費用（0.2275 = P × N = 0.5418 ×0.4199 ）』 = −0.1524 」に等しい。)

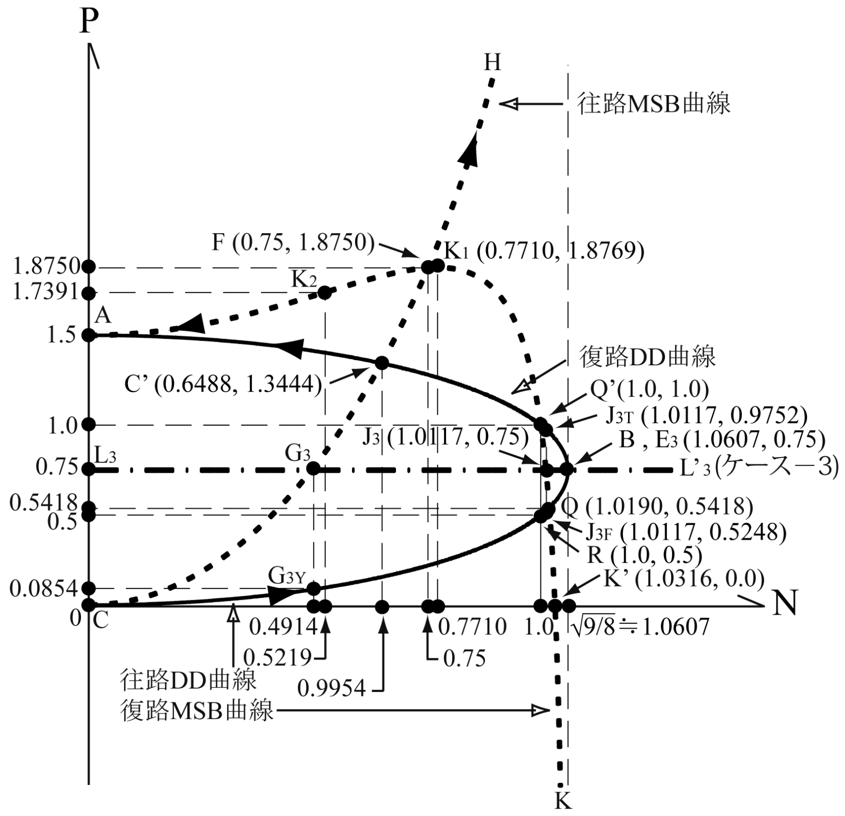
4-3　ケース－３（図９）

均衡点E_3は，DD曲線の折り返し点B(1.0607, 0.75)に位置する。よって，均衡点E_3のDD曲線上に立つ位置が僅かに下側にずれると，新たな均衡点は原点に移る。他方，その位置が僅かに上側にずれた場合，均衡点は最終的にE_3に立ち戻る。この意味で，均衡点E_3は「準安定的」である。

なお，最適点J_3は復路MSB曲線上に位置するので，点J_{3T}は復路DD曲線上に求められており，線分$\overline{J_3J_{3T}}$の長さ（0.2252）が最適課税額に当たる。この額の課税徴収により，需要水準は$N=1.0607$から$N=1.0117$へ減少する。その結果齎される純社会便益の最大値は，図形$L_3J_3K_1A$の面積（0.9182）に等しい。

本論文冒頭

図9　導出需要曲線（DD曲線）及び限界社会便益曲線（MSB曲線）、並びに価格曲線（P曲線）及び限界社会費用曲線（MSC曲線）:
ケ ース－3 （P曲線を直線$L_3L'_3$に特定した場合）



〔注〕

（1）　N 及び P は、夫々需要水準及び価格水準を示す。

（2）　曲線CBA: DD曲線を示し、次式で表わされる。

① 曲線CBの部分、即ち往路DD曲線:

$P = 1/4(3 - \sqrt{9 - 8N^2})$。**但し、** $0.0 \leqq P \leqq 0.75$ **且つ** $0.0 \leqq N \leqq \sqrt{9/8}$ 。

② 曲線BAの部分、即ち復路DD曲線:

$P = 1/4(3 + \sqrt{9 - 8N^2})$。**但し、** $0.75 < P \leqq 1.5$ **且つ** $0.0 \leqq N \leqq \sqrt{9/8}$ 。

（3）　曲線CFH及び曲線KK_1A: MSB曲線を示し、次式で表わされる。

① 曲線CFH 、即ち「往路DD曲線に対応する往路MSB曲線」:

$P = 1/4\{8N^2+3+(16N^2-9)/\sqrt{9-8N^2}\}$。**但し、** $P \geqq 0.0$ **且つ** $0.0 \leqq N < \sqrt{9/8}$ 。

② 曲線KK_1A 、即ち「復路DD曲線に対応する復路MSB曲線」:

$P = 1/4\{8N^2+3+(9-16N^2)/\sqrt{9-8N^2}\}$。**但し、** $P \leqq 1.8769$ **且つ** $0.0 \leqq N < \sqrt{9/8}$ 。

（4）　曲線$L_3L'_3$: P曲線及びMSC曲線を示し、ともに次式で表わされる。

$P = 0.75$ 。**但し、** $N \geqq 0$ 。

本論文冒頭

図9 （続き）

（この場合、P曲線及びMSC曲線は一致し、夫々直線に転化している。）

（5） 点E_3(1.0607, 0.75) 及び点J_3(1.0117, 0.75) は、夫々均衡点（DD曲線とP曲線との交点）及び最適点（MSC曲線（本ケースの場合はPC曲線と一致）と復路MSB曲線との交点）を示す。

（6） 線分$\overline{J_3J_{3T}}$の長さ: 最適課税額 ＝ 0.2252 。
（純社会便益の最大化を齎す最適課税額は、「点J_3を通る垂線とP曲線（本ケースの場合はMSC曲線と一致）との交点J_3」及び「同垂線と復路DD曲線との交点J_{3T}（点J_3は復路MSB曲線上に位置するので、ここで求めるべきは垂線と往路DD曲線との交点J_{3F}ではなく、垂線と復路DD曲線との交点J_{3T}となる。)」の間の距離に等しい。)

（7） 図形$L_3J_3K_1A$の面積: 純社会便益（総社会便益 － 総社会費用）の最大値 ＝ 0.9182 。
（この値は当然のことながら、「『N = 1.0117 に対して図4 の復路GSB曲線が示す総社会便益（1.6770 ）』－『N = 1.0117 に対して本図のP曲線に基づき求められる総社会費用（0.7588 = P×N = 0.75 × 1.0117 ）』 = 0.9182 に等しい。)

（8） 線分$\overline{J_3J_{3F}}$ の長さ: 錯誤の最適補助金額 ＝ 0.2252 。
（点J_{3F}は、点J_3を通る垂線と往路DD曲線との交点であり、復路DD曲線との交点ではないことに留意されたい。)

（9） 点G_3(0.4914, 0.75): 「純社会便益の最小化に対する必要条件」を満足する点。
（純社会便益最小化の試みは、社会厚生の最適化を論ずる考察では無意味に近いが、MSB曲線とMSC曲線の交点であるという意味に於いては、最適点J_3と同じ立場に置かれている点G_3の理解を助ける目的で、点G_3について敢えて触れる。 ）

（10） 線分$\overline{G_3G_{3Y}}$の長さ: 純社会便益の最小化を齎す補助金額 ＝ 0.6646 。

（11） 図形CG_3L_3の面積: 純社会便益の最小値 ＝ －0.2475 。
（この値は当然のことながら、「『N = 0.4914 に対して図4 の往路GSB 曲線が示す総社会便益（0.1211 ）』－『N = 0.4914 に対して本図のP曲線に基づき求められる総社会費用（0.3686 = P × N = 0.75 ×0.4914 ）』 = －0.2475 」に等しい。)

4-4　ケース－４（図10）

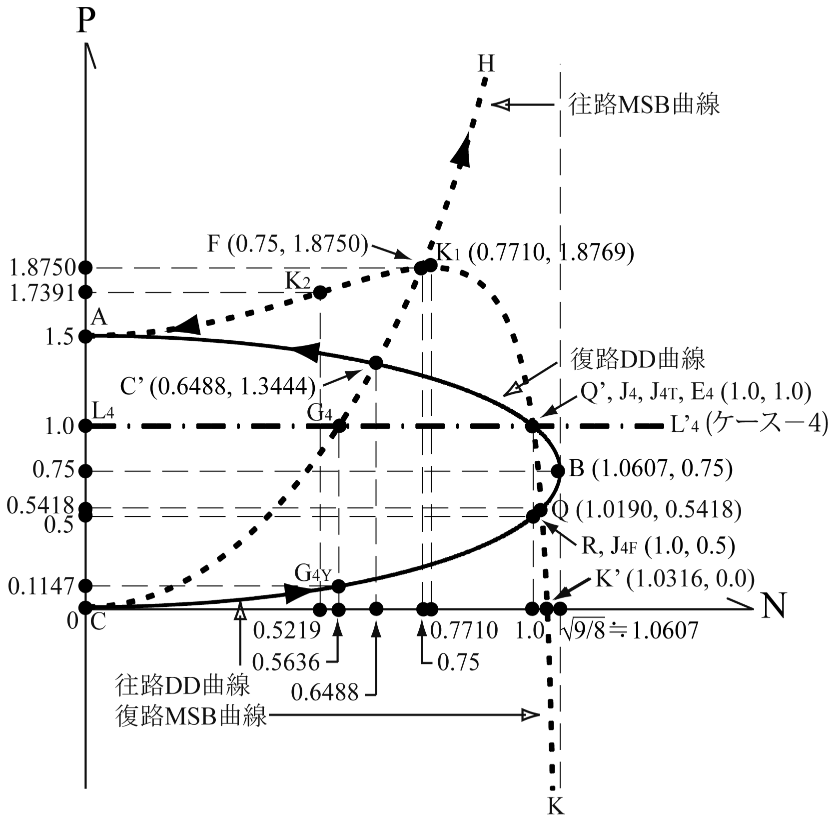
均衡点E_4は復路DD曲線上の点Q'(1.0, 1.0)に位置し，安定的である。

また，均衡点E_4と最適点J_4は一致しており，最適点J_4は復路MSB曲線上に，また均衡点E_4は復路DD曲線上に夫々位置する。従って，レッセ・フェールの状態（即ち，需要水準$N=1.0$及び価格水準$P=1.0$の状態）で最適化が実現しており，課税徴収や補助金交付等による公的機関による市場介入は不必要である。なお，このときに齎される純社会便益の最大値は，図形$L_4J_4K_1A$の面積（0.6667）に等しい。

興味深いことに，「均衡価格水準に関する外部経済性」が市場に発現していても，本ケースで与えられている価格直線に対しては，レッセ・フェールの姿勢が市場の最適化を齎らす。このように，外部経済性が存在する市場環境下でも，価格直線の形態次第では，経済的自由放任主義政策が，純社会便益最大化の目的にそう場合があり得る。同様な事柄は，「均衡需要水準に関する外部経済性」が発現している市場についても，指摘できる。

本論文冒頭

図10　導出需要曲線（DD曲線）及び限界社会便益曲線（MSB曲線）、並びに価格曲線（P曲線）及び限界社会費用曲線（MSC曲線）: ケ ースー4 （P曲線を直線L4L'4に特定した場合）



〔注〕

（1）　N 及び Pは、夫々需要水準及び価格水準を示す。

（2）　曲線CBA: DD曲線を示し、次式で表わされる。

① 曲線CBの部分、即ち往路DD曲線:

$P = 1/4(3 - \sqrt{9 - 8N^2})$。但し、0.0 ≦ P ≦ 0.75 且つ 0.0 ≦ N ≦ $\sqrt{9/8}$ 。

② 曲線BAの部分、即ち復路DD曲線:

$P = 1/4(3 + \sqrt{9 - 8N^2})$。但し、0.75 ＜ P ≦ 1.5 且つ 0.0 ≦ N ≦ $\sqrt{9/8}$ 。

（3）　曲線CFH及び曲線KK1A: MSB 曲線を示し、次式で表わされる。

① 曲線CFH 、即ち「往路DD曲線に対応する往路MSB曲線」:

$P = 1/4\{8N^2 + 3 + (16N^2 - 9)/\sqrt{9 - 8N^2}\}$。但し、P ≧ 0.0 且つ 0.0 ≦ N ＜ $\sqrt{9/8}$ 。

② 曲線KK1A 、即ち「復路DD曲線に対応する復路MSB曲線」:

$P = 1/4\{8N^2 + 3 + (9 - 16N^2)/\sqrt{9 - 8N^2}\}$。但し、P ≦ 1.8769 且つ 0.0 ≦ N ＜ $\sqrt{9/8}$ 。

（4）　曲線L4L'4: P曲線及びMSC曲線を示し、ともに次式で表わされる。

P = 1.0 。但し、N ≧ 0 。

（この場合、P曲線及びMSC曲線は一致し、夫々直線に転化している。）

本論文冒頭

図10 （続き）

(5)　点E_4(1.0, 1.0)及び点J_4 (1.0, 1.0)は、夫々均衡点（DD曲線とP曲線との交点）及び最適点（MSC曲線（本ケースの場合はPC曲線と一致）と復路MSB曲線との交点）を示す。

(6)　線分$\overline{J_4 J_{4T}}$の長さ: 最適課税額 ＝ 最適補助金額 ＝ 0.0 。
（純社会便益の最大化を齎す最適課税額は、「点J_4を通る垂線とP曲線（本ケースの場合はMSC曲線と一致）との交点J_4」及び「同垂線と復路DD曲線との交点J_{4T}（点J_4 は復路MSB曲線上に位置するので、ここで求めるべきは垂線と往路DD曲線との交点J_{4F}ではなく、垂線と復路DD曲線との交点J_{4T}となる。)」の間の距離に等しい。)

(7)　図形$L_4J_4K_1A$の面積: 純社会便益（総社会便益 － 総社会費用）の最大値 ＝ 0.6667 。
（この値は当然のことながら、「『N = 1.0に対して図4 の復路GSB曲線が示す総社会便益(1.6667) 』－『N = 1.0 に対して本図のP曲線に基づき求められる総社会費用（1.0 = P × N = 1.0 ×1.0 ）』 = 0.6667 に等しい。)

(8)　線分$\overline{J_4 J_{4F}}$の長さ: 錯誤の最適補助金額 ＝ 0.5 。
（点J_{4F}は、点J_4を通る垂線と往路DD曲線との交点であり、復路DD曲線との交点ではないことに留意されたい。)

(9)　点G_4(0.5636, 1.0): 「純社会便益の最小化に対する必要条件」を満足する点。
（純社会便益最小化の試みは、社会厚生の最適化を論ずる考察では無意味に近いが、MSB曲線とMSC曲線の交点であるという意味に於いては、最適点J_4と同じ立場に置かれている点G_4の理解を助ける目的で、同点について敢えて触れる。)

(10) 線分$\overline{G_4 G_{4Y}}$の長さ: 純社会便益の最小化を齎す補助金額 ＝ 0.8853 。

(11) 図形CG_4L_4の面積: 純社会便益の最小値 ＝ －0.3796 。
（この値は当然のことながら、「『N = 0.5636 に対して図4 の往路GSB曲線が示す総社会便益（0.1840 ）』－『N = 0.5636 に対して本図のP曲線に基づき求められる総社会費用(0.5636 = P × N = 1.0 × 0.5636 ）』 = －0.3796 」に等しい。)

4-5　**ケース－５（図11）**

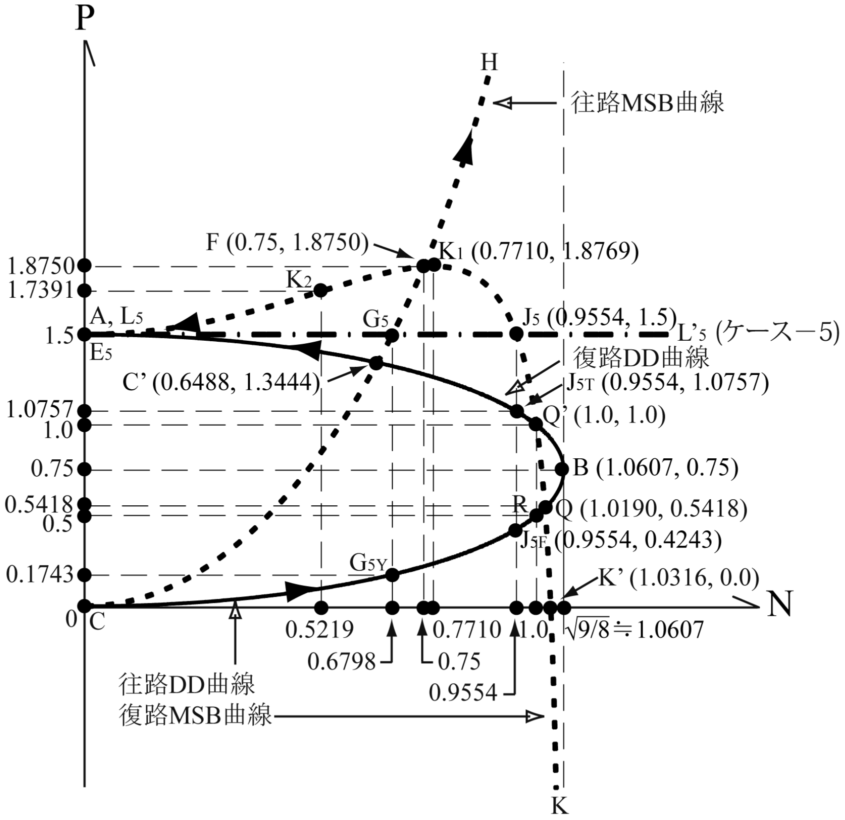
５ケースの中では、価格直線のP軸切片が最も大きい。均衡点E_5は復路DD曲線の最終端点A(0.0, 1.5)に位置し、安定的である。

均衡点E_5に対応する需要水準は零であり、純社会便益も零である。しかし，線分$\overline{J_5 J_{5T}}$の長さ（0.4243）に当たる最適補助金額の交付を介して、需要水準は$N=0.0$から$N=0.9554$に増加する。その結果齎される純社会便益の最大値は，図形$L_5J_5K_1A$の面積（0.1760）に等しい。

なお，最適点J_5は復路MSB曲線上に位置するので、点J_{5T}は復路DD曲線上に求められている。

本論文冒頭

図11　導出需要曲線（DD曲線）及び限界社会便益曲線（MSB曲線）、並びに価格曲線（P曲線）及び限界社会費用曲線（MSC曲線）: ケ ース－5 （P曲線を直線$L_5L'_5$に特定した場合）



〔注〕

(1)　N 及び P は、夫々需要水準及び価格水準を示す。

(2)　曲線CBA: DD曲線を示し、次式で表わされる。

① 曲線CBの部分、即ち往路DD曲線:

$P = 1/4(3 - \sqrt{9 - 8N^2})$。但し、$0.0 \leqq P \leqq 0.75$ 且つ $0.0 \leqq N \leqq \sqrt{9/8}$ 。

② 曲線BAの部分、即ち復路DD曲線:

$P = 1/4(3 + \sqrt{9 - 8N^2})$。但し、$0.75 < P \leqq 1.5$ 且つ $0.0 \leqq N \leqq \sqrt{9/8}$ 。

(3)　曲線CFH及び曲線KK_1A: MSB 曲線を示し、次式で表わされる。

① 曲線CFH 、即ち「往路DD曲線に対応する往路MSB曲線」:

$P = 1/4\{8N^2 + 3 + (16N^2 - 9)/\sqrt{9 - 8N^2}\}$。但し、$P \geqq 0.0$ 且つ $0.0 \leqq N < \sqrt{9/8}$ 。

② 曲線KK_1A 、即ち「復路DD 曲線に対応する復路MSB曲線」:

$P = 1/4\{8N^2 + 3 + (9 - 16N^2)/\sqrt{9 - 8N^2}\}$。但し、$P \leqq 1.8769$ 且つ $0.0 \leqq N < \sqrt{9/8}$ 。

(4)　曲線$L_5L'_5$: P曲線及びMSC曲線を示し、ともに次式で表わされる。

$P = 1.5$ 。但し、$N \geqq 0$ 。

（この場合、P曲線及びMSC曲線は一致し、夫々直線に転化している。）

本論文冒頭

図11 （続き）

(5)　点E_5(0.0, 1.5)及び点J_5(0.9954, 1.5)は、夫々均衡点（DD曲線とP曲線との交点）及び最適点（MSC曲線（本ケースの場合はPC曲線と一致）と復路MSB曲線との交点）を示す。

(6)　線分$\overline{J_5J_{5T}}$の長さ: 最適補助金額 ＝ 0.4243 。
（純社会便益の最大化を齎す最適補助金額は、「点J_5を通る垂線とP曲線（本ケースの場合はMSC曲線と一致）との交点J_5」 及 び「同垂線と復路DD曲線との交点J_{5T}（点J_5は復路MSB曲線上に位置するので、ここで求めるべきは垂線と往路DD曲線との交点J_{5F}ではなく、垂線と復路DD曲線との 交点J_{5T}となる。)」の間の距離に等しい。)

(7)　図形$L_5J_5K_1A$の面積: 純社会便益（総社会便益 － 総社会費用）の最大値 ＝ 0.1760 。
（この値は当然のことながら、「『N = 0.9954 に対して図4 の復路GSB曲線が示す総社会便 益（1.6092 ）』－『N = 0.9554 に対して本図のP曲線に基づき求められる総社会費用（1.4332 = P × N =1.5 ×0.9554 ）』 = 0.1760 に等しい。)

(8)　線分$\overline{J_5J_{5F}}$の長さ: 錯誤の最適補助金額 ＝ 1.0757 。
（点J_{5F}は、点J_5を通る垂線と往路DD曲線との交点であり、復路DD曲線との交点ではないことに留意されたい。）

(9)　点G_5(0.6798, 1.5):「純社会便益の最小化に対する必要条件」を満足する点。
（純社会便益最小化の試みは、社会厚生の最適化を論ずる考察では無意味に近いが、MSB曲線とMSC曲線の交点であるという意味に於いては、最適点J_5と同じ立場に置かれている点G_5の理解を助ける目的で、同点について敢えて触れる。)

(10)　線分$\overline{G_5G_{5Y}}$の長さ: 純社会便益の最小化を齎す補助金額 ＝ 1.3257 。

(11)　図形CG_5L_5の面積: 純社会便益の最小値 ＝ －0.6918 。
（この値は当然のことながら、「『N = 0.6798 に対して図4 の往路GSB曲線が示す総社会便益（0.3280 ）』－『N = 0.6798 に対して本図のP曲線に基づき求められる総社会費用（1.0197 = P× N = 1.5 × 0.6798 ）』 = －0.6917 （丸めの誤差を調整すると、－0.6918 ）」に等しい。)

4-6　往路MSB曲線上に最適点が位置する可能性

図4が示すGSB曲線の形態から明らかなように，5本の価格直線 $P(N) = c$（$c = 0.1$，0.5418，0.75，1.0，1.5）の何れに対しても，純社会便益の最大化が齎される点は，復路GSB曲線上にある。よって，MSB曲線上の最適点は，全てのケースで復路MSB曲線上に位置する。ここで,「最適点が往路（復路ではなく）MSB曲線上に位置する可能性」を短絡的ながらもに探ることにし、試みに図12が示す想定GSB曲線を描いてみよう。

同図の（a）が想定するGSB曲線例－1では，往路GSB曲線が曲線$CB_1^3B_1^2$，復路GSB曲線が曲線B_1^2C，及びGSB曲線が直線CC_1で，夫々示されている。また，同図の（b）が想定するGSB曲線例－2では，往路GSB曲線が曲線$CB_2^DB_2^3B_2^2$，復路GSB曲線が曲線$B_2^2B_2^DC$，及びGSC直線が直線CC_2で，夫々示されている。

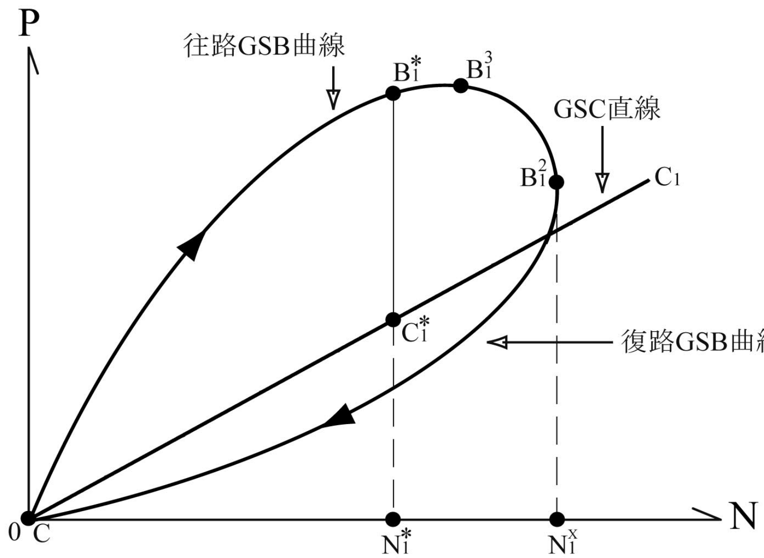
想定GSB曲線例－1の場合，往路GSB曲線が常に復路GSB曲線の上側にある。よって,「GSB曲線とGSC直線との間の垂直距離（即ち，純社会便益）を最大化する点B_1^*」に対応するN_1^* [23] が，Nの最適解となる。このとき，点B_1^*は往路GSB曲線上にある。従って，同点に

23）$N = N_1^*$ は$dGSBG(N)/dN = dGSC(N)/dN$の条件を満足し，このときに得られる純社会便益の最大値は，線分$\overline{B_1^*C_1^*}$の長さに等しい。ここで，$GSBG(N)$ は往路総社会便益函数を，$GSC(N)$ は総社会費用函数を夫々表わす。

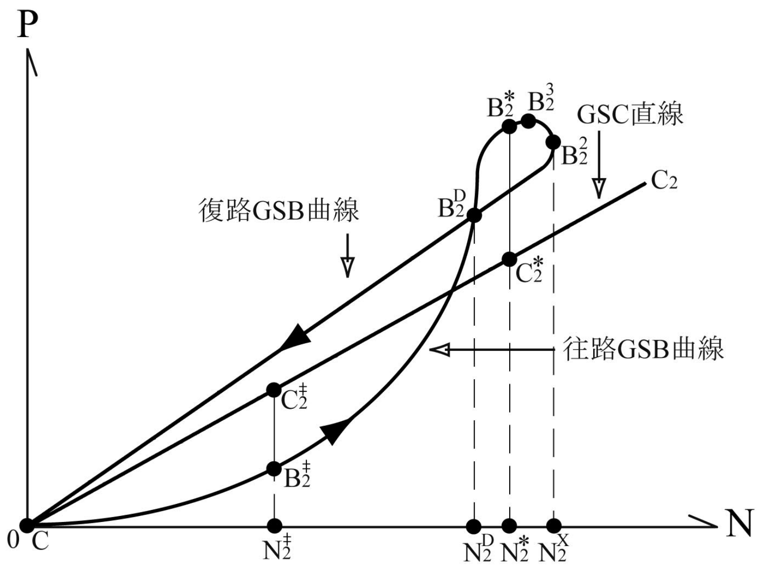
本論文冒頭

図12　総社会便益曲線（GSB曲線）と総社会費用直線（GSC直線）：
Nの最適解N*が往路GSB曲線との関わりで定められる2つの想定GSB曲線例

（a）想定GSB曲線例－1



（b）想定GSB曲線例－2



本論文冒頭

図12 （続き）

〔注〕

（1） N及び Pは、夫々需要水準及び価格水準を示す。

（2） 本図のGSB曲線は、総消費者余剰曲線（GCS曲線）を意味する。

（3） 想定GSB曲線例－1 で表わされるGSB曲線:

① 曲線$CB^{3}_{1}B^{2}_{1}$: 往路GSB曲線

② 曲線$B^{2}_{1}C$: 復路GSB曲線

なお点B^{2}_{1}は、GSB曲線の最右側点（即ち、N値が最大値N^{X}_{1}をとるGSB曲線の折り返し点,）であり、点B^{3}_{1}はGSB曲線の頂点（即ち、P値が最大となる点）である。

（4） 想定GSB曲線例－2 で表わされるGSB曲線:

① 曲線$CB^{D}_{2}B^{3}_{2}B^{2}_{2}$: 往路GSB曲線

② 曲線$B^{2}_{2}C$: 復路GSB曲線

なお点B_2は、GSB曲線の最右側点（即ち、N値が最大値N^{X}_{2}をとるGSB曲線の折り返し点）であり、点B_2はGSB曲線の頂点（即ち、P値が最大となる点）である。

（5） 往路GSB曲線、復路GSB曲線、及びGSC曲線を表わす函数を、夫々GSBG(N)、GSBR(N)、及びGSC(N)と置くと、純社会便益（即ち、総社会便益から総社会費用を減じた差）を最大化するN値（即ち、GSB曲線からGSC直線に下ろした垂直距離を最大化するN値）は、次の様に求 められる。

① 仮想曲線例－1

dGSBG(N)/dN = dGSC(N)/dN （即ち、往路限界社会便益 = 限界社会費用）を満足する$N^{\star}_{1}$がNの最適解となり、純社会便益の最大値は線分$\overline{B^{\star}_{1}C^{\star}_{1}}$の長さに等しい。

② 仮想曲線例－2

dGSBG(N)/dN = dGSC(N)/dN（即ち、往路限界社会便益 = 限界社会費用）を満足するN値は2 つ（$N^{\star}_{2}$及び$N^{\ddagger}_{2}$）存在するが、$N^{\star}_{2}$が最適解に当たり、$N^{\ddagger}_{2}$は純社会便益を最小化するN値に当たる。従って、純社会便益の最大値は線分$\overline{B^{\star}_{2}C^{\star}_{2}}$の長さに等しく、同便益の最小値は「負の符号を伴なう」線分$\overline{B^{\ddagger}_{2}C^{\ddagger}_{2}}$の長さ」に等しい。

対応するMSB曲線上の最適点は，往路MSB曲線上に位置する。

想定GSB曲線例－2の場合，$N \leqq N^{D}_{3}$ のとき往路GSB曲線は復路GSB曲線の下側にあり，$N > N^{D}_{2}$ のとき前者は後者の上側にある。よって，「GSB曲線とGSC直線との間の垂直距離（即ち，純社会便益）を最大化する点 B^{*}_{2}」に対応する $N^{\star}_{2}$ [24)]が，Nの最適解となる。このとき，点 B^{*}_{2} は往路GSB曲線上にある。従って，同点に対応するMSB曲線上の最適点は，往路MSB曲線上に位置する。他方，「純社会便益を最小化する点 $B^{\ddagger}_{2}$ 」に対応するN値は，$N^{\ddagger}_{2}$ [25)]となる。

ところで，図12（a）及び（b）が示すGSB曲線は，夫々考察の便宜上想定されたものに過ぎない。従って，これらに似た曲線の少なくとも一本に対して，「それが導き出される需要曲面函数」を具体的な形で特定化しない限り，上の議論[26)]は妥当性を欠く。この特定化の作業

24） $N = N^{\star}_{2}$ は*dGSBG(N)/dN* ＝ *dGSC(N)/dN*の条件を満足し，このときに得られる純社会便益の最大値は，線分 $\overline{B^{\star}_{2}C^{\star}_{2}}$ の長さに等しい。ここで，*GSBG(N)*は往路総社会便益函数を，*GSC(N)*は総社会費用函数を夫々表わす。

25） $N = N^{\ddagger}_{2}$ は*dGSBG(N)/dN* ＝*dGSC(N)/dN*の条件を満足し，このときに得られる純社会便益の最小値は，「負の符号を伴なう」線分 $\overline{B^{\ddagger}_{2}C^{\ddagger}_{2}}$ の長さに等しい。

26）即ち，「最適点が往路MSB曲線上に位置する可能性」についての議論。

本論文冒頭

は，次稿以後の考察で試みたい。

5　おわりに

本稿では，「均衡価格水準に関する外部経済性」（即ち，「『高値』の外部経済性」）を内含する需要曲面を定め，同曲面から導出需要曲線，並びにそれに対応する総社会便益曲線及び限界社会便益曲線を求めた。然る後に５本の価格直線を設定[27]し，価格直線毎に，「当該価格直線，導出需要曲線，及び限界社会便益曲線の三者の間の相対的位置関係」に照らして，純社会便益の最大化を齎す最適な課税額及び補助金額について考察した。その結果得られた主な知見は，次の通りである。

（1）「均衡価格水準に関する外部経済性」を内含する特定の需要曲面[28]から得られる導出需要曲線は，「ベンド・バックする右向きに凸」の曲線[29]である。

（2）上の導出需要曲線に対応する総社会便益曲線は，「トンボ羽根状」を呈し，同曲線より求められる限界社会便益曲線は「番（つが）いの弓矢状」を呈する。

（3） 導出需要曲線，総社会便益曲線，及び限界社会便益曲線の各々を，往路部分と復路部分に分割するアプローチにより，最適な課税額及び補助金額の水準を見極める作業が，一層容易且つ的確に行われ得る。

他方，筆者らは前稿等[30]で，「均衡需要水準に関する外部経済性」を内含する需要曲面から，導出需要曲線とそれに対応する限界社会便益曲線を求めた。然る後に幾本かの価格曲線[31]を設定し，価格曲線毎に，「当該価格曲線及びそれらの曲線から得られる限界社会費用曲線，並びに導出需要曲線及び限界社会便益曲線の，四者の間[32]の相対的位置関係」に照らして，純社会便益の最大化を齎す最適な課税額及び補助金額[33]について論じた。この考察では，次の知見が得られている。即ち，「均衡需要水準に関する外部経済性」を内含する半円頂状の需要曲面から得られる，導出需要曲線と限界社会便益曲線は，互いに異なり且つ両者とも「上向きに凸」[34]である。

上向きに凸である導出需要曲線とそれに対応する限界社会便益曲線を，需要曲面を介して求めた前稿等の考察は，冒頭に記した様に川嶋（1975）をもって嚆矢とするが，それ以後の筆者らによる考察が断続的に進められる過程で2004年の秋口に，記憶に留めておきたい出来事が生じた。即ち，本稿の第二筆者（野呂）に対して第一筆者（川嶋）が，「均衡需要水準に関する外部経済性」を内含する，「半円頂状の需要曲面を表す函数 $P = f(N, M)$」を提示し，同函数

27）価格直線及び同直線を表わす価格函数は，夫々，限界社会費用直線及び限界社会費用函数に等しい。

28）第2節の冒頭で設定した半円頂状の需要曲面。

29）即ち，「右凸横置梵鐘状」を呈する曲線。

30）例えば，Kawashima (1980)，川嶋・他（2004，2007），野呂・川嶋・平岡（2009），及び野呂・川嶋（2009）を参照されたい。

31）価格直線を含む。

32）価格曲線が価格直線に転化している場合には，限界社会費用直線は価格直線に一致する。従ってこの時は，四者の間の相対的位置関係ではなく，価格直線，導出需要曲線，及び限界社会便益曲線の間の（即ち，「三者の間」の）相対的位置関係となる。

33）ここで，補助金は政府から消費者への所得移転であり、税は消費者から政府への所得移転であるので、両者とも社会全体から見るとネットの費用にも便益にも計上されない事に留意しておこう。

34）即ち，「釣鐘状」。

本論文冒頭

に基づき導出需要曲線を描出するよう求めた。第二筆者はこれに応じて，需要曲面函数の引数 M に N を代入すべきところを[35]，善意の思い違いにより引数 M に P を代入して $P = f(N, P)$ を得，これを P について解いて得られた式に拠り，「右向きに凸」の曲線を描出した。[36]「ベンド・バックする右向きに凸の需要曲線に対応する限界社会便益曲線を，如何にして求めるべきか」[37]との自問自答と，それ以前より長らく徒爾無策に向かい合っていた第一筆者にとり，この結果は驚きを伴なう喜こびであった。何故ならば，半円頂状の需要曲面を表わす「『均衡価格水準に関する外部経済性』を内含する需要曲面函数」に対して，Nに関する積分を適切な形で施せば総社会便益函数が得られ，次いで同函数をNに関して微分すると，「右向きに凸の需要曲線[38] を表わす需要函数[39] に対応する限界社会便益函数」が求められるとのヒントが，期せずして与えられたからである。この様な次第で，「半円頂状の需要曲面から求められるベンド・バック型需要曲線」に対応する，総社会便益曲線及び限界社会便益曲線の特定化[40] を探った本稿に対して，第二筆者の果たした役割りは顕著である。

翻って本稿は，具体的・限定的な数値例を設定して外部経済性の特質を図式分析的に考察した単純な試みに過ぎない。しかし，外部経済性分析或いは最適需要分析に関する既存の枠組みに対して，本稿の試みがもしや新たな観点を聊かなりと加えることができたとすれば倖いである。

併せて、需要曲面分析の手法が擁する種々の陥穽に注意を払いつつ，引き続き需要曲面分析の可能性を探りたい。例えば次稿以後では，限界費用価格形成原理の視座[41] に拠り，交通混雑の外部不経済性又は都市アメニティの外部経済性を，需要曲面アプローチの助けを借りて考察してみたい。

[参考文献]

大石泰彦（2005），[編・著・監訳]，限界費用価格形成原理の研究，勁草書房，東京。

川嶋辰彦（1975），「都市環境の経済学(図式的分析)」，**新都市**，第29巻3号，都市計画協会，東京，4－14頁。

川嶋辰彦，平岡規之，佐俣留奈子，野呂純一（2004），「『需要曲面』に基づく『需要曲線』の導出 ― 外部経済性・価格効用性を伴なう財およびサーヴィスの場合 ―」，**応用地域学会（ARSC）第18回研究発表大会**，（2004年12月11日），北九州市北九州国際会議場。

川嶋辰彦，平岡規之，野呂純一，佐俣留奈子（2007），「外部経済性の考察（需要曲面分析〈その１〉）－需要曲面から求められる導出需要曲線と限界社会便益曲線 －」，**学習院大学経済論集**，第44巻第3号，学習院大学，東京，203－262頁。

35） 即ち，「導出需要函数 $P = f(N,N)$を得べきところを」。

36） 半円頂状の需要曲面を介して求められる，右向きに凸の需要曲線に関する初期の考察については，例えば川嶋・他（2004）を参照されたい。

37） ここでの、「限界社会便益曲線を如何にして求めるべきか」との問い掛けは、「総社会便益曲線を如何にして求めるべきか」との問い掛けに他ならない。何故ならば、限界社会便益函数は、総社会便益函数を需要水準に関して微分することにより求められるからである。

38） 本稿では，需要曲面を介して求められた需要曲線を，導出需要曲線と呼んだ。

39） 本稿では，需要曲面函数を介して求められた需要函数を，導出需要函数と呼んだ。

40） 本稿（4）～（7）式の特定化は，2009年7月に至り漸く為し得た。

41） この視座に立つオーソドックスな最近の労作として，例えば大石（2005，特に205-259頁）を参照されたい。

本論文冒頭

野呂純一，川嶋辰彦，平岡規之（2009），「外部経済性の考察（需要曲面分析〈その２〉）－純社会便益の最大化と最適需要水準，最適課税額，及び最適補助金額 －」，**学習院大学経済論集**，第46巻第1号，学習院大学，東京，31－67頁。

野呂純一，川嶋辰彦（2009），「外部経済性の考察（需要曲面分析〈その３〉）－大学内NGOヴォランティア・プログラムの参加者に対して給付される『ヴォランティア奨学金』の最適な金額 －」，**学習院大学経済論集**，第46巻第2号，学習院大学，東京，171－186頁。

Buchanan, J. M., 1965, "An Economic Theory of Clubs," Economica, Vol.32, No.125, pp.1-14.

Kawashima, T., 1980 "Optimal Congestion Tax of Expressway: A. A. Walters Re-examined, P. K. Else Re-appraised, and Demand-surface Paradigm Re-considered," Gakushuin Economic Papers, Vol.25, No.2, Gakushuin University, Tokyo, pp.47-74.

Walters, A. A., 1961, "The Theory and Measurement of Private and Social Cost of Highway Congestion," Econometrica, Vol.29, pp.676-699.

Wolfram Research Inc. (2004), Mathematica 5.1 (computer application software), Champaign, Illinois.

本論文冒頭