

中間試験問題	試験日	2015年6月10日	解答用紙	2枚
原子物理学概論	担当	荒川 一郎	計算用紙	0枚

- ・電卓の持ち込み可です。携帯電話は不可です。
- ・式だけでなく、論理の展開がわかるような説明を記すこと。物理量の単位を忘れないこと。
- ・ Boltzmann 定数： $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K.

問 題

1. 気体分子の速さ分布を表す Maxwell-Boltzmann の速さ分布関数は、

$$f(v)dv = 4\pi\alpha v^2 \exp(-\beta v^2) dv, \quad \alpha = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}, \quad \beta = \frac{m}{2kT}$$

である。ここで、 v は気体分子の速さ（速度の絶対値）、 m は気体分子の質量、 T は気体の温度である。気体分子は球形でその直径を D とする。（以下の問題ではいずれも導く過程を示すこと。最終的な答えだけでは満点にはなりません。）

- 最大確率速さ v_M ($f(v)$ が極大値をとる v) を導け。答えは m, T と定数で表せ。
- 算術平均速さ $\langle v \rangle$ を導け。答えは m, T と定数で表せ。
- 気体分子密度 n の時の平均自由行程 λ を導け。答えは n, D と定数で表せ。すべての分子が運動していることを考慮したときの補正係数は結果だけを用いて良い。
- 単位面積への気体分子の入射頻度 [$s^{-1} m^{-2}$] は、

$$\Gamma = \frac{n}{4} \int_0^\infty v f(v) dv,$$

また気体分子の平均運動エネルギーは、

$$\left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle = \int_0^\infty \frac{1}{2} m v^2 f(v) dv = \frac{3}{2} kT$$

である。ある面に入射する気体分子の平均運動エネルギーは $2kT$ であることを導け。

Hint:

$$\int_0^\infty x^{2n} \exp(-ax^2) dx = \frac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1)}{2^{n+1}} \sqrt{\frac{\pi}{a^{2n+1}}}, \quad \int_0^\infty x^{2n+1} \exp(-ax^2) dx = \frac{n!}{2} \frac{1}{a^{n+1}}$$

2. Kr 気体（モル質量 $M = 84$ g/mol, 分子直径 $D = 0.40$ nm とする）について以下の問に答えよ。前問の結果を利用して良い。

- 気体の温度 $T = 300$ K, 圧力 $p = 1 \times 10^{-4}$ Pa の時の分子の平均自由行程 λ を求めよ。
- 気体の温度 $T = 300$ K, 圧力 $p = 1 \times 10^{-4}$ Pa の時の分子の入射頻度 Γ を求めよ。
- 気体の温度が $T = 75$ K と $T = 300$ K の時のそれぞれの速さ分布を 1 枚のグラフ上に描け。横軸に v , 縦軸に $f(v)$, 各軸の目盛りと単位を忘れないこと。細かいところまで精確である必要はないが、特徴がわかるように書くこと。言葉で補っても良い。