

カイラル輸送現象: ニュートリノから 超新星爆発へ

山本 直希 (慶應義塾大学)

「統計物理学懇談会」 2017年3月7日

内容

- カイラル輸送現象
- カイラル運動論
- 超新星爆発への応用

自然単位系： $\hbar = c = 1$

輸送現象

輸送現象

- 古典的で身近な例:
 - Ohmの法則: $\boldsymbol{j}_e = \sigma \boldsymbol{E}$
 - Fourierの法則: $\boldsymbol{j}_Q = \kappa(-\nabla T)$

色々な輸送現象

- 19世紀までに既に分かったもの

電流	1826 Ohm	1879 Hall	1821 Seebeck	1886 Nernst
$\mathbf{j}_e = \sigma \mathbf{E} + R \mathbf{E} \times \mathbf{B} + \alpha (-\nabla T) + N (-\nabla T) \times \mathbf{B}$				
熱流	Peltier 1834	Ettingshausen 1886	Fourier 1807	Leduc-Righi 1887
$\mathbf{j}_Q = \beta \mathbf{E} + N \mathbf{E} \times \mathbf{B} + \kappa (-\nabla T) + L (-\nabla T) \times \mathbf{B}$				

- $\mathbf{E} \rightarrow -\nabla \mu$ もよい.
- これで全て？

$$j_e \sim B ?$$

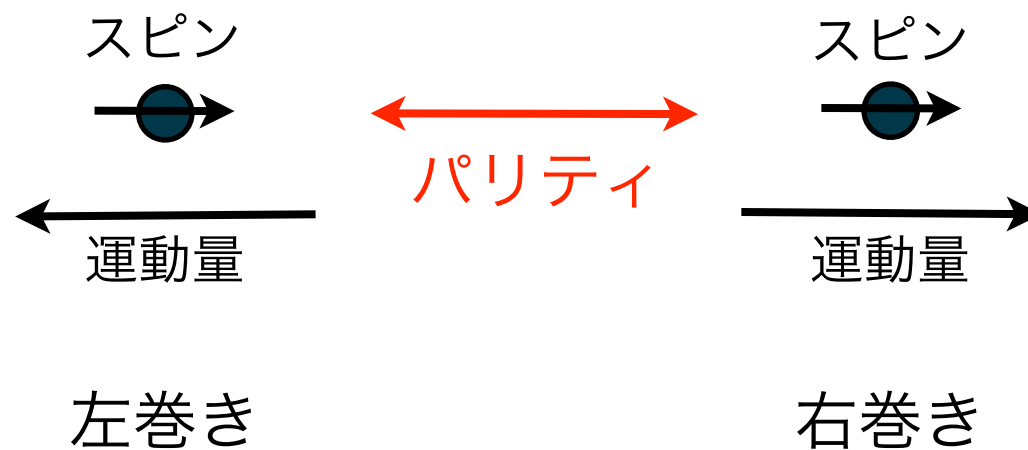
パリティ

$$\mathbf{j}_e = \kappa \mathbf{B}$$

- パリティ変換のもとで $-\mathbf{j}_e = \kappa \mathbf{B}$ ($\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$)
- パリティに矛盾しない唯一の可能性: $\kappa = 0$
- 「普通の」金属では起きない

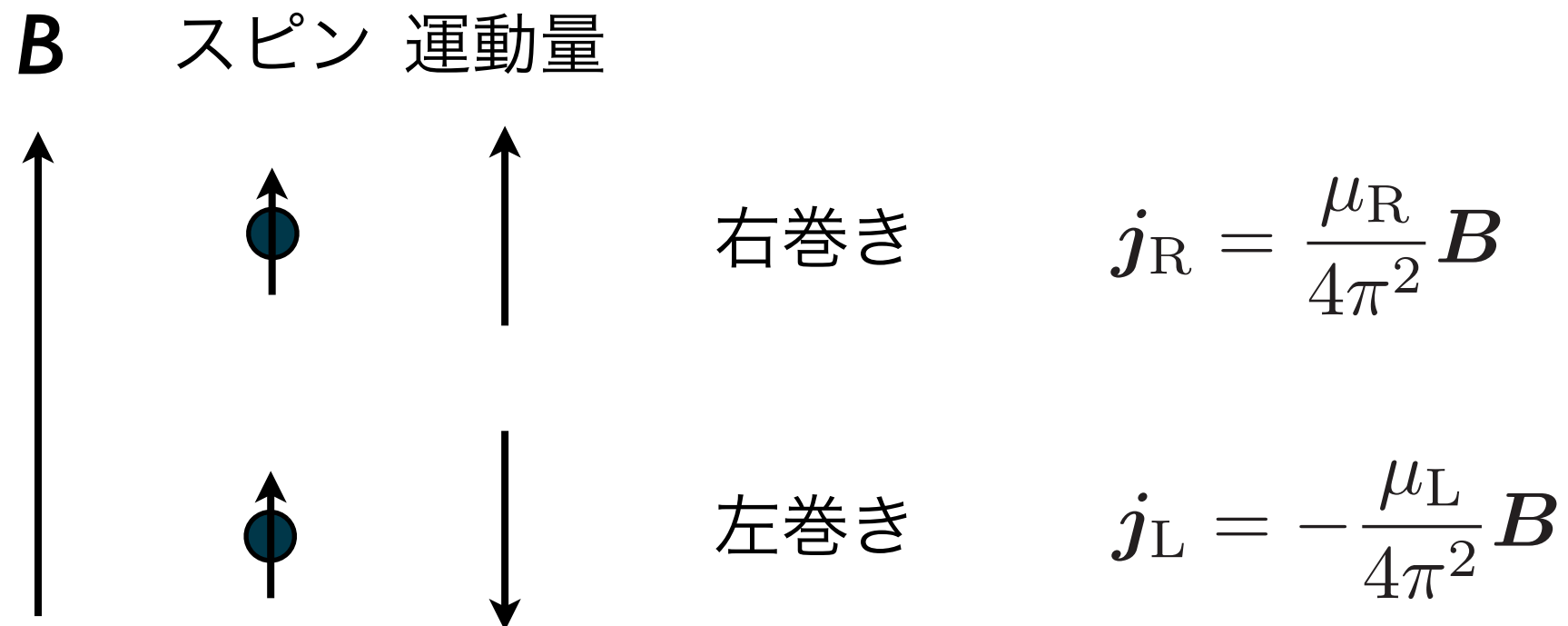
(注) $\mathbf{j}_e = \sigma \mathbf{E}$ ($\sigma \neq 0$) はパリティと矛盾しない

カイラリティ



$\mathbf{j}_e \sim (\mu_R - \mu_L) \mathbf{B}$ はパリティと矛盾しない

Chiral magnetic effect



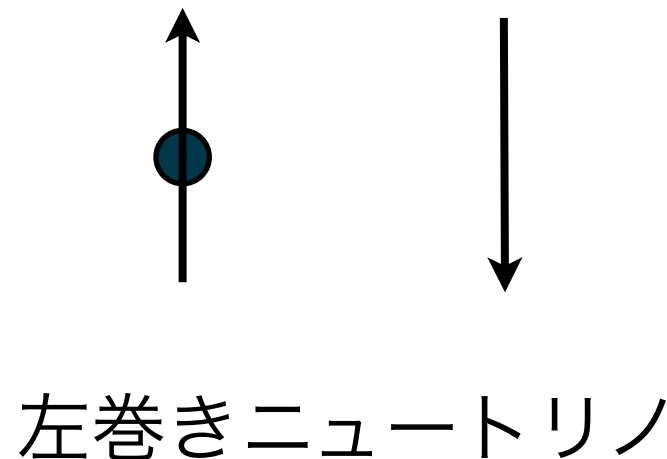
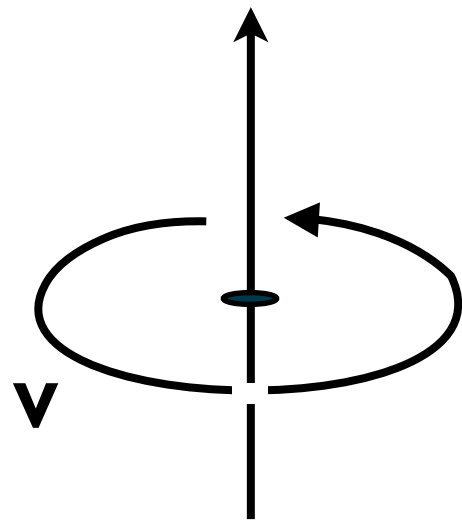
$$j_e = \frac{1}{4\pi^2} (\mu_R - \mu_L) B$$

厳密な輸送係数：場の量子論における量子異常と密接に関係

Vilenkin (1980); Nielsen, Ninomiya (1983); Fukushima, Kharzeev, Warringa (2008), ...

Chiral vortical effect

渦度 $\omega = \nabla \times v$ スピン 運動量



$$j = - \left(\frac{\mu^2}{8\pi^2} + \frac{T^2}{24} \right) \omega$$

従来の運動論（Boltzmann方程式）では記述できない

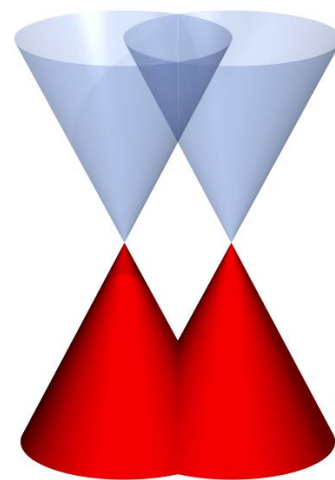
Vilenkin (1979); Erdmenger et al. (2009); Banerjee et al. (2011);
Son-Surowka (2009); Landsteiner et al. (2011)

カイラル物質

- 初期宇宙における電弱プラズマ Joyce-Shaposhnikov (1997), ...
- 重イオン衝突実験におけるQGP Kharzeev-McLerran-Warringa (2008), ...
- Weyl半金属 (“3D graphene”) Nielsen-Ninomiya (1983), ...
- 超新星におけるニュートリノ物質 NY (2016), ...



QGP



Weyl半金属



超新星爆発

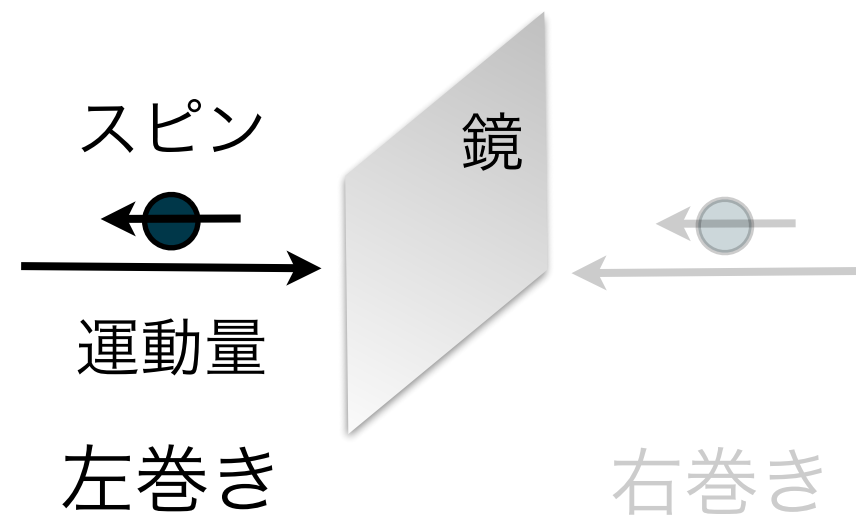
重力崩壊型 超新星 への応用

超新星爆発

- 宇宙で最も大きな爆発現象の1つ
- 大質量星の中性子星への転移 & 重元素の起源
- 重力エネルギーの約99%をニュートリノが持ち運ぶ
- 従来のニュートリノ輸送理論では3次元の超新星爆発が困難

宇宙物理学の未解決問題の1つ

ニュートリノの基本的性質



ニュートリノは左巻き（パリティ対称性を破る）

「神」は左利きか？

左巻き粒子のみに働く弱い力を除き、物理法則は左右対称



W. Pauli

“God is just a **weak left-hander**.”

ミクロからマクロへ

ミクロなパリティの破れ → マクロな流体力学的な振舞い

ミクロ

素粒子標準模型における ν のカイラリティ



カイラル運動論 (Boltzmann方程式)



Son-NY, PRL (2012); Stephanov-Yin, PRL (2012)

マクロ

超新星の進化 (宇宙最大のパリティの破れ) NY, PRD (2016)

超新星のニュートリノ物質

- 超新星でのニュートリノ生成： $p + e^{\text{L}} \rightarrow n + \nu_e^{\text{L}}$
- ニュートリノ平均自由行程 $\sim$ コアで 1 cm ($\rho_N \sim 10^{15}$ g/cm³).
- ニュートリノ物質 = カイラル流体 ($\mu_\nu \sim 200$ MeV $\gg$ $T \sim 10$ MeV)
= 3次元トポロジカル物質

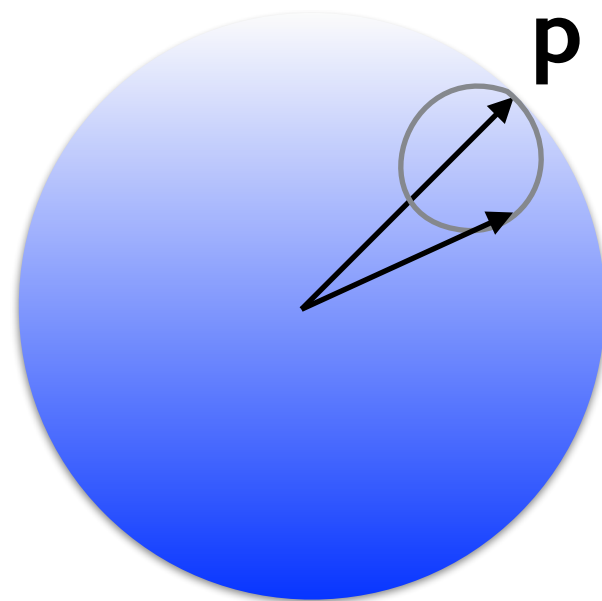
NY, PRD (2016) [arXiv:1511.00933]

カイラル運動論

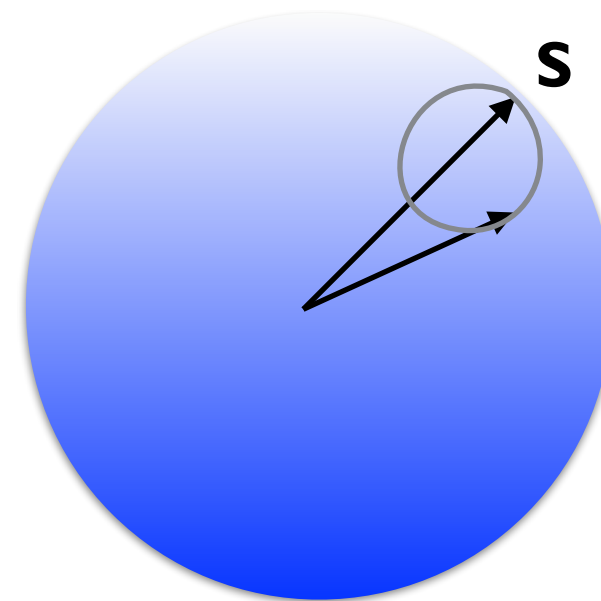
Son-NY, PRL (2012); Stephanov-Yin, PRL (2012)

カイラリティとトポロジー

右巻きフェルミオン



運動量空間

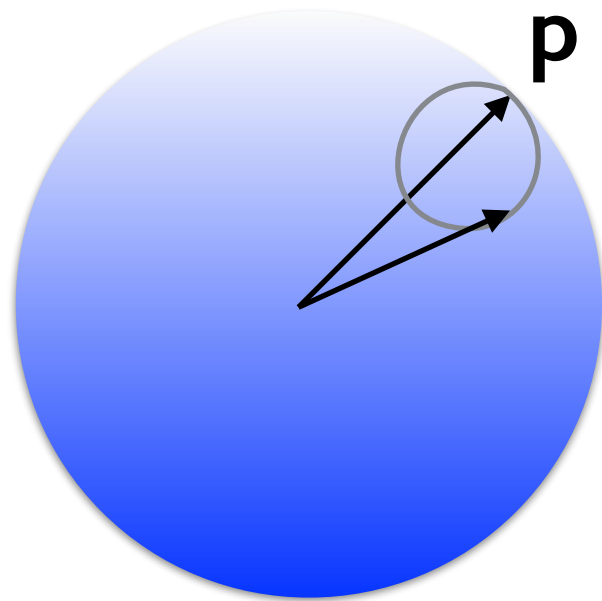


スピン空間

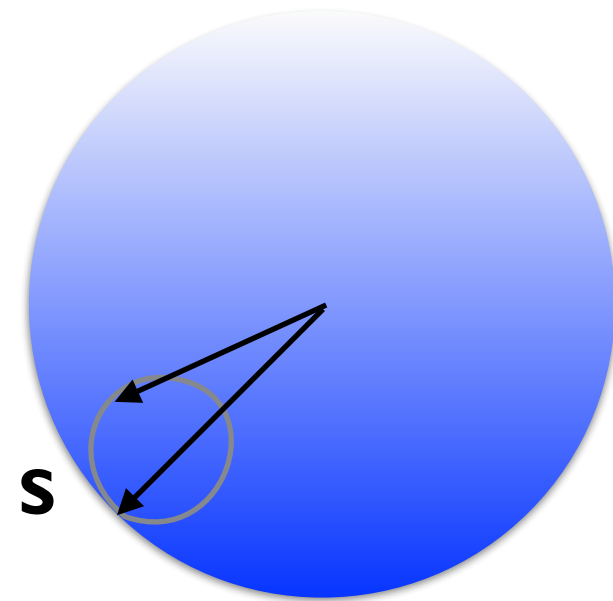
S^2 (運動量空間) から S^2 (スピン空間) へのmapping: 巻き数 +1

カイラリティとトポロジー

左巻きフェルミオン



運動量空間



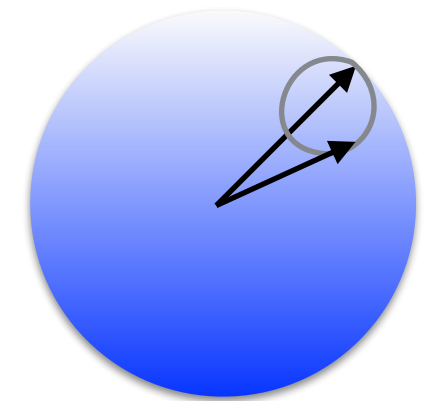
スピン空間

S^2 (運動量空間) から S^2 (スピン空間) へのmapping: 巻き数 -1

ニュートリノ物質 = 3次元トポロジカル物質

トポロジーとBerry曲率

- $\pi_2(S^2)=\pm 1 \rightarrow p=0$ でのモノポール
- モノポール“磁場” = Berry曲率 $\Omega_p = \pm \frac{p}{2|p|^3}$
- Ω_p は運動方程式・輸送理論を補正



ニュートリノのBerry曲率が非平衡ダイナミクスに重要
(カイラル運動論)

ニュートリノ輸送

- カレント: $j = \int_p (\hat{p}f - |\mathbf{p}|\Omega_{\mathbf{p}} \times \nabla_x f)$
 - エネルギー運動量テンソル: $T^{ij} = \int_p |\mathbf{p}| \left(\hat{p}^i \hat{p}^j f - \frac{1}{2} p^i \epsilon^{jkl} \Omega_{\mathbf{p}}^k \partial_l f - \frac{1}{2} p^j \epsilon^{ikl} \Omega_{\mathbf{p}}^k \partial_l f \right)$
- $\Omega_{\mathbf{p}} = -\frac{\mathbf{p}}{2|\mathbf{p}|^3}$: カイラリティの効果
-

Son-NY, PRD (2013); Chen-Son-Stephanov, PRL (2015)

Neutrino radiation *chiral* hydro

- 超新星にはニュートリノだけでなく原子核・電子も存在.
 - コア外部ではニュートリノに対して流体力学が使えない
- Neutrino radiation *chiral* hydrodynamics
- = 原子核・電子の流体力学 + ニュートリノカイラル運動論

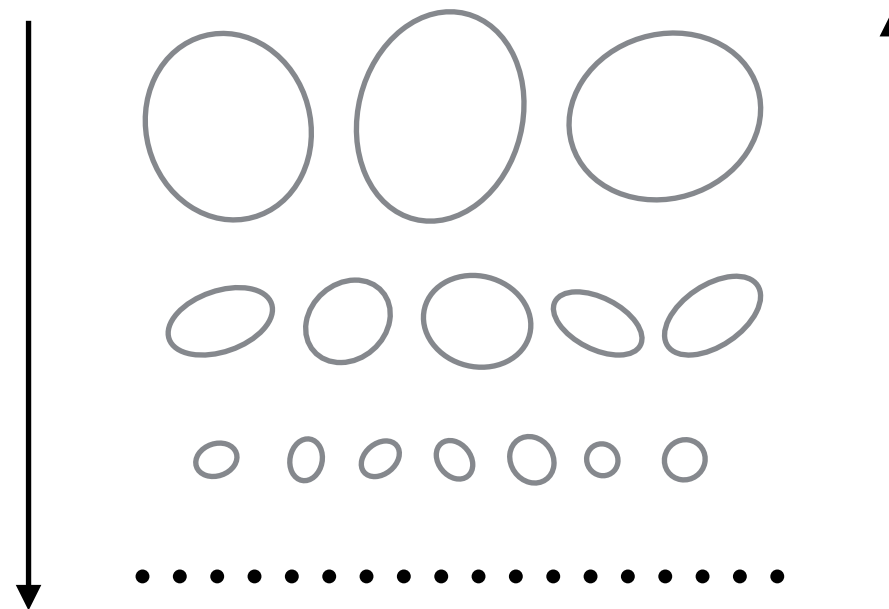
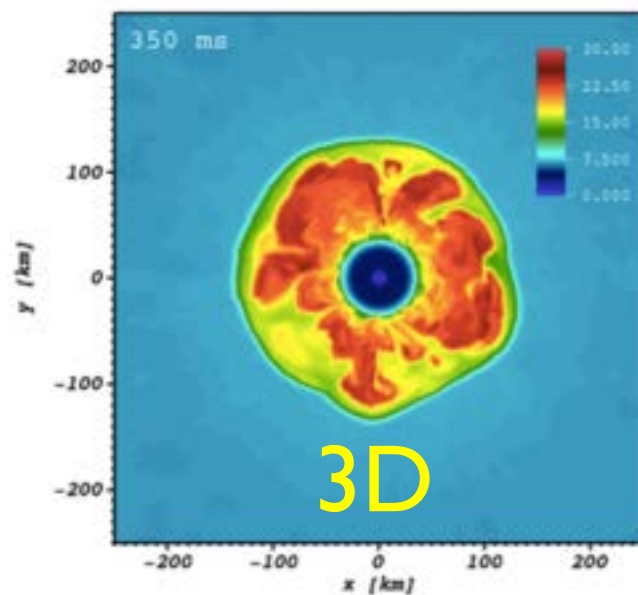
NY, work in progress

乱流カスケードと爆発

順カスケード

(3D 通常の物質)

爆発しにくい

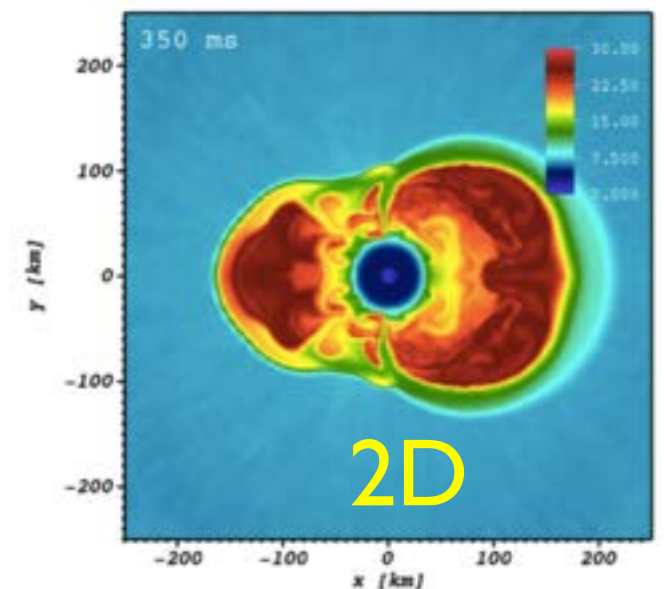


F. Hanke (2014)

逆カスケード

(2D 通常の物質)

爆発しやすい



3D カイラル物質では？

ニュートリノ流体力学

NY, PRD (2016) [arXiv:1511.00933]

- $|v| \ll 1$ でのカイラル流体方程式:

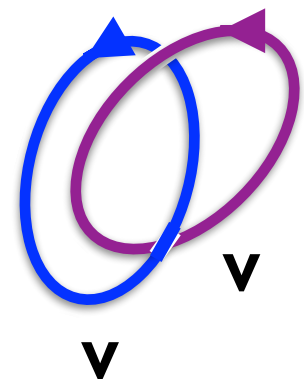
$$(\epsilon + P)(\partial_t + \mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{v}$$

$$\partial_t (n + \underbrace{\kappa \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega}}_{\text{CVE}}) + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{j} = n\mathbf{v} + \underbrace{\kappa \boldsymbol{\omega}}_{\text{CVE}}$$

- ヘリシティの保存:

$$\frac{d}{dt} \left(\int d^3x \, n + \int d^3x \, \kappa \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega} \right) = 0$$

ニュートリノ# 流体ヘリシティ



カイラル乱流のスケール則

NY, PRD (2016) [arXiv:1603.08864]

- “慣性領域” での**唯一のスケール対称性**:

$$\boldsymbol{x} \rightarrow l\boldsymbol{x}, \quad t \rightarrow l^{1-h}t, \quad \boldsymbol{v} \rightarrow l^h\boldsymbol{v}, \quad \mu \rightarrow l^p\mu$$

$$h = 0, \quad p = -1$$

- エネルギースペクトル: $\mathcal{E}_v(l^{-1}k, l^{-1}t) = l\mathcal{E}_v(k, t)$
 $\rightarrow \mathcal{E}_v(k, t) = k^{-1}\psi_v(kt)$ **唯一の自己相似解**
- スケーリング解での流体エネルギーの相関長:

$$\xi_v(t) = \xi_v(t_s) \left(\frac{t}{t_s} \right) \quad \text{逆カスケードを示唆} \\ \text{(爆発に有利)}$$

Inverse Energy Cascade in Three-Dimensional Isotropic Turbulence

Luca Biferale,¹ Stefano Musacchio,² and Federico Toschi³

¹*Department of Physics & INFN, Università Tor Vergata, Via della Ricerca Scientifica 1, 00133 Rome, Italy*

²*CNRS, Laboratoire J. A. Dieudonné UMR 7351, Parc Valrose, 06108 Nice, France*

³*Department of Physics and Department of Mathematics and Computer Science, Eindhoven University of Technology, 5600 MB Eindhoven, The Netherlands & CNR-IAC, Via dei Taurini 19, 00185 Rome, Italy*

(Received 2 November 2011; published 20 April 2012)

We study the statistical properties of homogeneous and isotropic three-dimensional (3D) turbulent flows. By introducing a novel way to make numerical investigations of Navier-Stokes equations, we show that all 3D flows in nature possess a subset of nonlinear evolution leading to a reverse energy transfer: from small to large scales. Up to now, such an inverse cascade was only observed in flows under strong rotation and in quasi-two-dimensional geometries under strong confinement. We show here that energy flux is always reversed when mirror symmetry is broken, leading to a distribution of helicity in the system with a well-defined sign at all wave numbers. Our findings broaden the range of flows where the inverse energy cascade may be detected and rationalize the role played by helicity in the energy transfer process, showing that both 2D and 3D properties naturally coexist in all flows in nature. The unconventional numerical methodology here proposed, based on a Galerkin decimation of helical Fourier modes, paves the road for future studies on the influence of helicity on small-scale intermittency and the nature of the nonlinear interaction in magnetohydrodynamics.

3D Navier-Stokes方程式 (非圧縮) でもパリティを破ると逆カスケード

What to do in near future

- 従来の3D超新星シミュレーション（ヘリシティ無視）
→ エネルギーの順カスケード
- 3D非相対論的カイラル流体（「手で」ヘリシティ有限）
→ エネルギーの逆カスケード、ヘリシティの順カスケード
- 3D相対論的カイラル流体（ ν カイラルリティでヘリシティ有限）
→ エネルギーが逆カスケードであれば、爆発しやすくなる

最終的には *neutrino radiation chiral hydro* で確認すべき

Conclusion

- 相対論的な非平衡・量子多体系:

$$\text{Chirality} = \text{Topology}$$

- 超新星でのニュートリノのカイラル輸送の重要性
- カイラル輸送の宇宙・原子核・物性への応用

“*Photonic chiral vortical effect*” NY [arXiv:1702.08886]

Backup slides

ニュートリノ平均自由行程

Textbook formula: $l_{\text{mfp}} = (\sigma_A n_A)^{-1}$

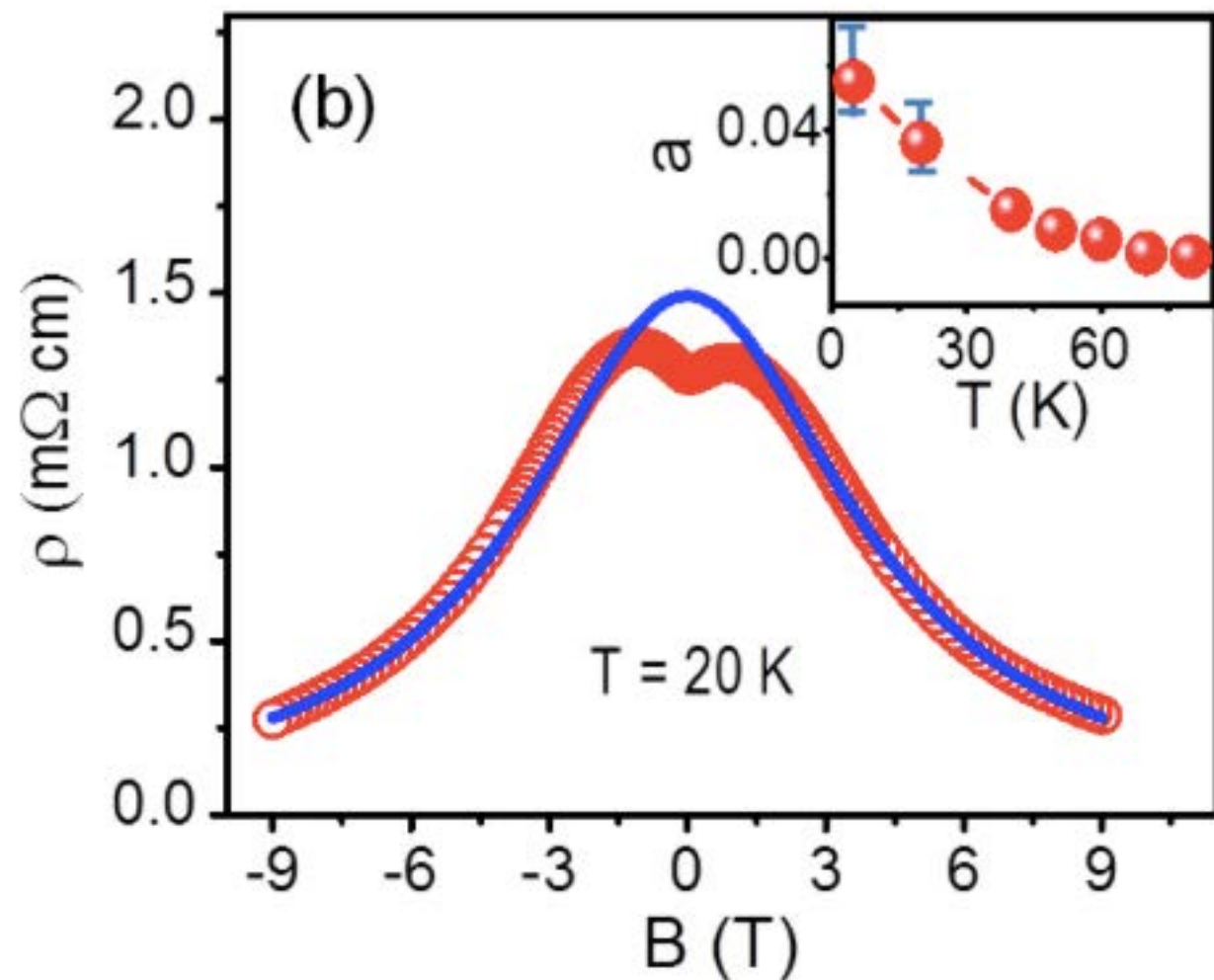
$$\sigma_A \sim G_F^2 E_\nu^2 A^2 \quad n_A = \rho / (A m_N)$$

$$E_\nu \simeq \mu_e = (3\pi^2 \rho Y_e / m_N)^{1/3}$$

$$l_{\text{mfp}} \sim 10^7 \text{ cm} \left(\frac{\rho}{10^{10} \text{ g/cm}^3} \right)^{-\frac{5}{3}} \left(\frac{A}{56} \right)^{-1} \left(\frac{Y_e}{26/56} \right)^{-\frac{2}{3}}$$

負の磁気抵抗 (Weyl半金属)

ZrTe₅



$$\frac{\partial n_5}{\partial t} = C \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} - \frac{n_5}{\tau}$$

定常状態 : $n_5 = \tau C \mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$

$$j_{\text{CME}} = C \mu_5 B = \frac{\tau}{\chi} (CB)^2 E$$

σ_{CME}

$$\rho = (\sigma_{\text{Ohm}} + \sigma_{\text{CME}})^{-1}$$

Son-Spivak (2013)

Q. Li et al. [arXiv:1412.6543 (cond-mat.str-el)];
J. Xiong et al. [arXiv:1503.08179 (cond-mat.str-el)]

量子異常とCMEの帰結